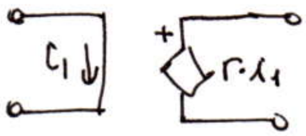
TEMA 3: ANÀLISI DE CIRCUITS AMB AMPLIFICADORS OPERACIONALS

3.1. INTRODUCCIÓ

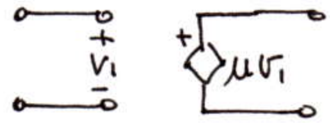
Es tractaran en aquest tema circuits actius. Fins ara només tractàvem amb circuits resistius, que són passius, i mai podíem tenir a la sortida senyals més grans que a l'entrada. Amb els circuits actius podrem tenir amplificació. Tant el A.O. com el transistor són elements actius, però aquest curs només tractarem l'A.O.

Aquests dispositius estan formats per molts elements, i estan en forma de circuits integrats. Es poden modelar de forma senzilla amb fonts controlades. Recordem els 4 tipus que hi ha:

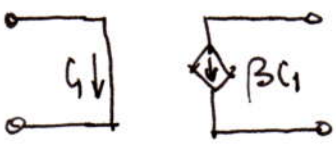
Font de tensió controlada per intensitat



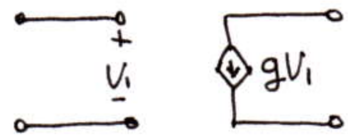
Font de tensió controlada per tensió



Font d'intensitat controlada per intensitat



Font d'intensitat controlada per tensió

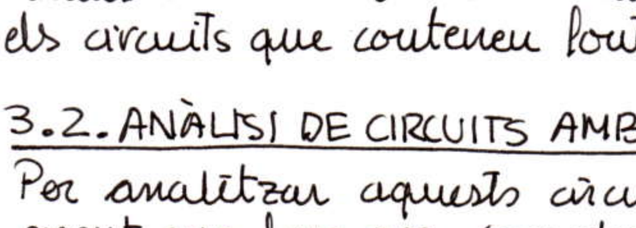


Abans d'entrar en detall amb l'A.O, veurem com s'analitzen els circuits que contenen fonts controlades, ja que l'AO en té.

3.2. ANÀLISI DE CIRCUITS AMB FONTS CONTROLADES

Per analitzar aquests circuits, seguirem el mateix procediment que fins ara. Considerarem les equacions dels elements i de les connexions, i sempre que calgui, utilitzarem eines de simplificació.

Veiem alguns casos:



Per Rs no circula corrent, així:

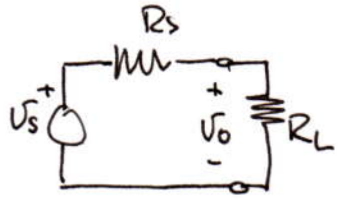
$v_1 = v_s$

Aleshores: $v_0 = \mu v_1 = \mu v_s$

La sortida és directament proporcional a l'entrada.

Si $\mu > 1$ → Amplificació

Si $\mu < 1$ → Atenuació



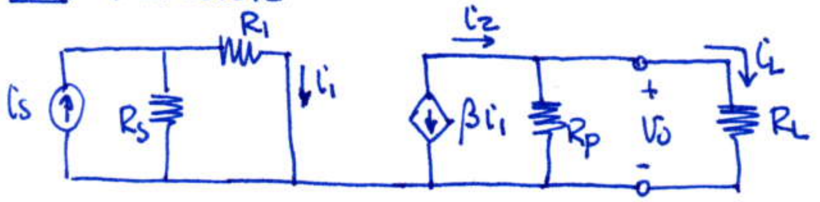
$$v_0 = \frac{R_L}{R_S+R_L}\cdot v_S$$

Hem vist que en els circuits resistius com aquest, la sortida sempre depèn de la resistència de la font i de la càrrega.

En el circuit resistiu, sempre teníem unes condicions per màxima transferència de potència.
Amb el circuit amb la font controlada, tal com està posat, la sortida només depèn de μ, no es veu afectada ni per la resistència de la font ni per la càrrega, per tant no tindrem limitacions en la transferència de potència (la font controlada aïlla la font de la càrrega).
Els elements actius necessiten una tensió d'alimentació. Això dóna la potència necessària al circuit, i explicaria el fenomen que la potència a la font sigui 0 ($P_f=0$ ja que $i=0$) i, en canvi, la de la sortida, sigui gran ($\mu^2\cdot v_S^2/R_L$).

Veiem altres exemples que ens permetin aprendre a analitzar circuits amb fonts controlades.

Ex: 4.2. llibre



Trobar v_0 en funció d'i_S.

Trobem primer i_1 fent un divisor d'intensitat:

$$i_1 = \frac{R_S}{R_S+R_1}\cdot i_S \;\longrightarrow\; i_2 = -\beta i_1 = -\beta\frac{R_S}{R_S+R_1}\cdot i_S$$

Per trobar i_L, haurem de fer un altre divisor d'intensitat:

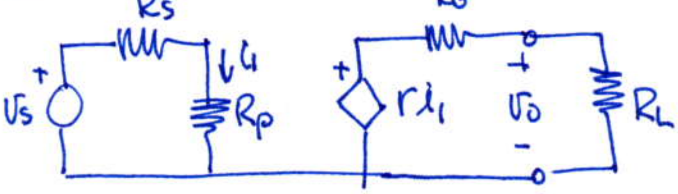
$$i_L = \frac{R_P}{R_P+R_L}\cdot i_2 = -\frac{R_P}{R_P+R_L}\cdot\frac{\beta R_S}{R_S+R_1}\cdot i_S$$

Ara trobem fàcilment v_0:

$$v_0 = i_L\cdot R_L \;\longrightarrow\; \boxed{v_0 = \frac{-\beta R_P R_S R_L}{(R_P+R_L)(R_S+R_1)}\cdot i_S}$$

Notem que apareix un signe negatiu a la tensió de sortida. Això és degut a l'orientació de la font controlada. Sol passar en alguns dispositius actius.

Ex: 4.3 llibre



Trobar l'equivalent Thevenin.

Cal tenir en compte que les fonts controlades no es poden desconnectar, així que no podrem buscar directament (almenys de manera fàcil) la resistència equivalent. Haurem de buscar v_T, i_N i a partir de les dues, trobar R_T.

Trobem i_1 per trobar després v_o:

$$i_1 = \frac{v_s}{R_s + R_p} \rightarrow v_{co} = r \cdot i_1 = \frac{r v_s}{R_s + R_p}$$ (per Ro no passa corrent)

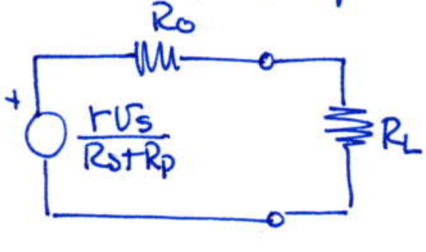
Busquem ara la i_{cc}. Cal tenir en compte que la i_1 serà la mateixa:

$$i_{cc} = \frac{r \cdot i_1}{R_o} = \frac{r \cdot v_s}{R_o (R_s + R_p)}$$

Per buscar ara la Req:

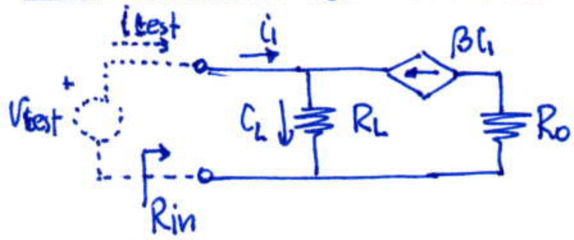
$$R_{eq} = \frac{v_{co}}{i_{cc}} = R_o$$

Així el circuit equivalent serà:



En aquest cas concret, sembla que desconnectant fonts haguéssim trobat la mateixa Req, però això no sempre serà així, sobretot si hi ha una connexió de l'entrada cap a la font.

Ex: Buscar la resistència equivalent d'entrada



Si, erròniament, voléssim desconnectar la font i calcular directament Rin, semblaria que és R_L, però veurem que no és així.

Ho farem posant una v_{test} i calculant v_{test}/i_{test}.

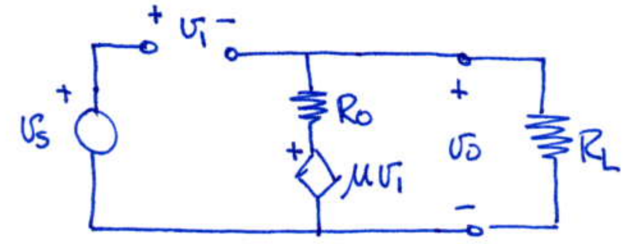
$$i_L = i_1 + \beta i_1 = i_1 (1+\beta) = i_{test} (1+\beta)$$

$$v_{test} = i_L \cdot R_L = i_{test} (1+\beta) \cdot R_L$$

$$R_{eq} = \frac{v_{test}}{i_{test}} = (1+\beta) R_L$$

Veiem que la primera estimació era errònia, i més considerant que β sol ser gran (~ 100 en un transistor).

Ex: 4.4. llibre



Trobar l'equivalent Thevenin.

Com que estem en c.o, per R_o no passa corrent.

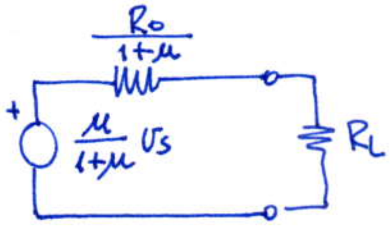
$v_s = v_i + v_{co} \rightarrow v_i = v_s - v_{co}$

$v_{co} = \mu v_i = \mu(v_s - v_{co}) = \mu v_s - \mu v_{co} \Rightarrow v_{co}(1+\mu) = \mu v_s \Rightarrow v_{co} = \frac{\mu}{1+\mu} v_s$

Busquem ara la i_{cc}:

$v_s = v_i$

$\mu v_i = i_{cc} \cdot R_o \Rightarrow i_{cc} = \frac{\mu v_i}{R_o} = \frac{\mu v_s}{R_o}$



La resistència equivalent serà doncs:

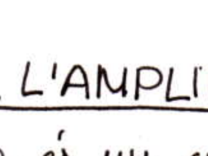
$R_{eq} = \frac{v_{co}}{i_{cc}} = \frac{\frac{\mu}{1+\mu} \cdot v_s}{\frac{\mu v_s}{R_o}} = \frac{R_o}{1+\mu}$

3.3. L'AMPLIFICADOR OPERACIONAL

L'A.O. és un circuit actiu linial. A la realitat està format per diversos components i és complex d'analitzar. Es veu en forma de circuit integrat.

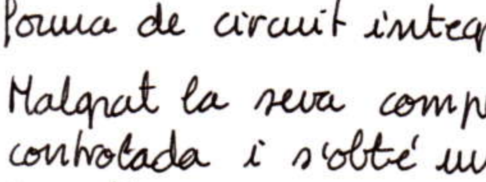
Malgrat la seva complexitat, es pot modelar amb una font controlada i s'obté una característica i-v relativament senzilla.

De circuits integrats que continguin A.O. n'hi ha de diferents models. Aquest curs, acostumarem a fer servir el $\mu A741$ o el TL081. Els dos tenen un aspecte físic tal com es mostra a continuació:

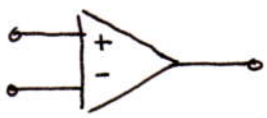


És un circuit integrat de 8 potes, però només se n'utilitzen 5. Es fa per optimitzar la producció.

El símbol de l'A.O. i els terminals que s'utilitzen:



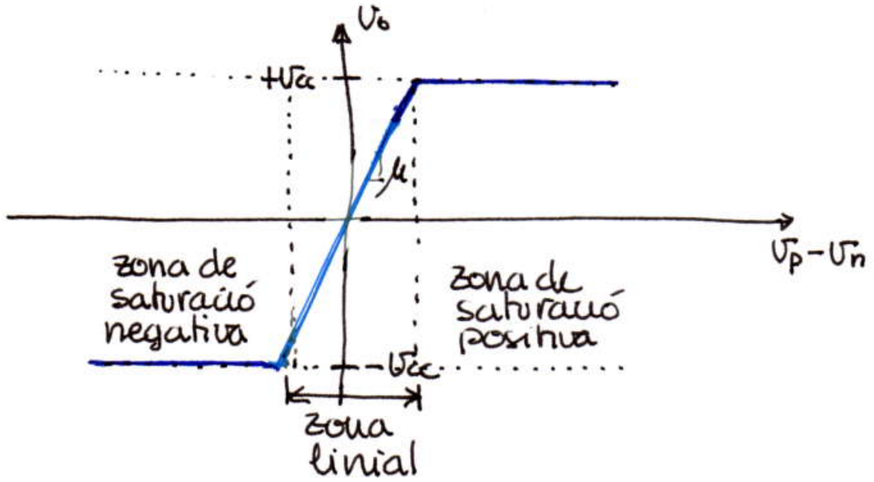
v_p: tensió entrada no inversora (pota 3)
v_n: tensió entrada inversora (pota 2)
v_o: tensió de sortida (pota 6)
$+V_{cc}$: tensió alimentació positiva (pota 7)
$-V_{cc}$: tensió alimentació negativa (pota 4)



Quan posem l'AO a dins un circuit, utilitzem aquest símbol simplificat, sense posar les alimentacions, però hi són igualment.

El corrent a les entrades (i_p i i_n) és pràcticament nul. A la sortida sí que tenim un corrent considerable. Aquest hi pot ser gràcies a les alimentacions.

La característica i-v de l'A.O. és la següent:



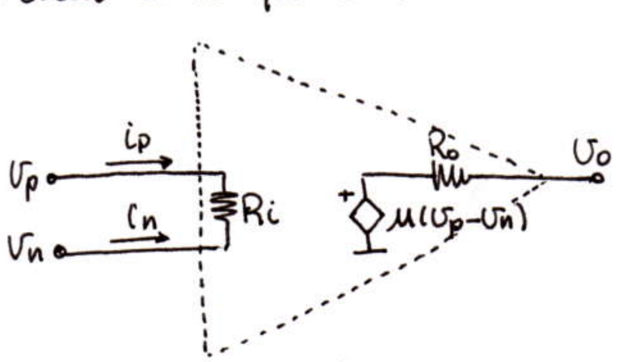
En la zona linial (Z.L), la sortida és proporcional a la diferència de les entrades ($v_p - v_n$). El pendent d'aquesta recta és el guany de l'A.O. i es representa per μ. Aquest guany sol ser molt elevat.

En la zona de saturació, o zona no linial (Z.N.L), la sortida val $+v_{cc}$ (saturació positiva) o $-v_{cc}$ (saturació negativa).

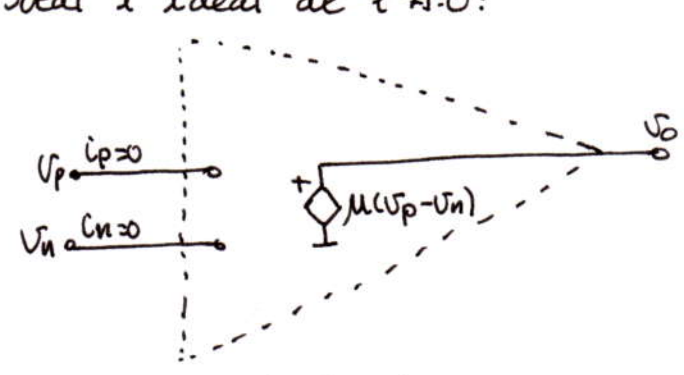
En Z.L. podrem escriure: $v_o = \mu(v_p - v_n)$

Si tenim en compte que μ és molt gran, ens adonem que el marge de funcionament en Z.L. és molt estret. ($v_p - v_n$) és molt petit i per tant la característica i-v és pràcticament vertical.

Vegem ara quin és el model real i ideal de l'A.O:



Model real de l'A.O.



Model ideal de l'A.O.

Mirem quins són els valors usuals dels paràmetres tant pel model real com per l'ideal.

PARÀMETRE	MODEL REAL	MÒDEL IDEAL
μ	$10^5 - 10^7$	∞
R_i	$10^6 - 10^{13}$	∞
R_o	$10 - 100$	0
$\pm v_{cc}$	± 15	± 15 (es pot alimentar també a tensions inferiors)

Així, si treballem amb l'A.O. ideal (que ho acostumarem a fer), podem suposar que:

$R_i = \infty$ → En aquest cas, $i_p = i_n = 0$

Respecte a la diferència $v_p - v_n$, per tal que funcioni en Z.L:

$$-15 < \mu(v_p - v_n) < +15 \Rightarrow -\frac{15}{\mu} < (v_p - v_n) < \frac{15}{\mu}$$

En el cas real, si $\mu = 10^5$, $-150\,\mu V < v_p - v_n < 150\,\mu V$

La diferència ja seria molt petita, però si en el cas ideal, $\mu = \infty$, aleshores $0 < v_p - v_n < 0 \Rightarrow v_p - v_n = 0$

Per tant, utilitzarem sempre que $v_p = v_n$ si estem en Z.L.

Si treballem en ZNL (saturació), la sortida hem dit que només podia valer $\pm v_{cc}$, que és la tensió d'alimentació.

A la realitat, la majoria d'A.O, no arriben exactament a $\pm 15\,V$ quan estan en ZNL, sempre la sortida sol estar lleugerament per sota de la tensió d'alimentació.

Hi ha alguns A.O., més pensats per treballar en Z.N.L., on la sortida és força igual a $\pm V_{cc}$. Aquests es diuen Rail-to-rail.

Aparentment, sembla que amb aquest model, no obtenim cap relació entre les entrades i la sortida. Si volem que el circuit treballi en Z.L., forçosament hi haurà d'haver una connexió entre una de les entrades i la sortida, que ens vindrà donada pel circuit.

Així, si veiem un A.O. en un circuit, i no hi ha cap connexió entre una entrada i la sortida, segur que treballa en Z.N.L.

Si existeix alguna connexió entrada-sortida, caldrà estudiar-ho, ja que no podrem garantir que treballi en Z.L. també podria treballar en Z.N.L.

3.4. APLICACIONS DE L'A.O. EN ZONA NO LINEAL

Veurem algunes configuracions bàsiques amb l'A.O. funcionant en Z.N.L (saturació).

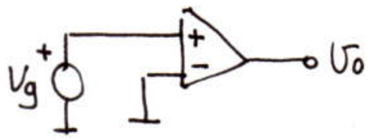
3.4.1. Comparador

En el cas dels comparadors, $v_p - v_n$ no valdrà zero, i la sortida es saturarà prenent els valors $\pm V_{sat}$ (propers a $\pm V_{cc}$). Aleshores:

$$v_o = \mu (v_p - v_n) \quad \begin{array}{l} \text{si } v_p > v_n \rightarrow v_o = +V_{sat} \quad (v_p - v_n) > 0 \\ \text{si } v_p < v_n \rightarrow v_o = -V_{sat} \quad (v_p - v_n) < 0 \end{array}$$

Veurem que hi ha diversos tipus de comparadors:

- Pas per 0:

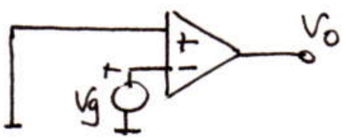


No té cap realimentació entre entrada i sortida, per tant segur que treballarà en Z.N.L.

Veiem que v_p i v_n serà diferents, per tant la sortida només podrà ser $\pm V_{sat}$.

$$\begin{array}{ll} v_p = v_g & \text{Si } v_g > 0 \rightarrow v_o = +V_{sat} \\ v_n = 0 & \text{Si } v_g < 0 \rightarrow v_o = -V_{sat} \end{array}$$

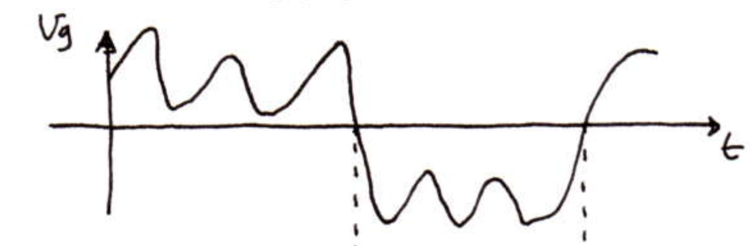
Serà doncs un detector de pas per 0.

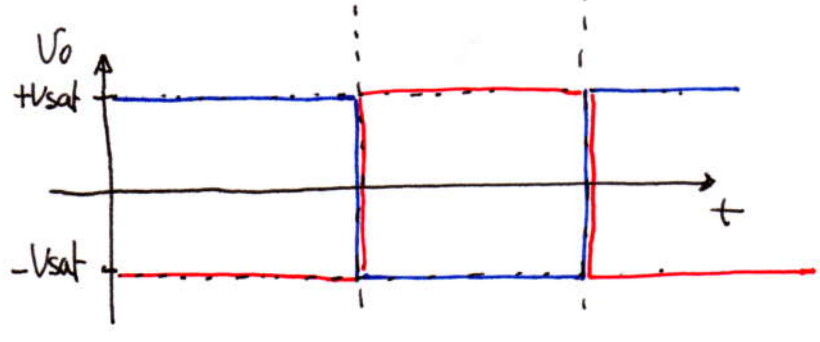


Si intercanviem les entrades, tindrem:

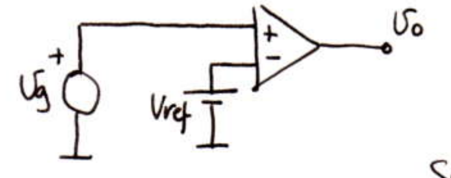
$$\begin{array}{l} \text{Si } V_g < 0 \rightarrow v_o = +V_{sat} \\ \text{Si } v_g > 0 \rightarrow V_o = -V_{sat} \end{array}$$

Gràficament tindríem:





• Pas per Vref:

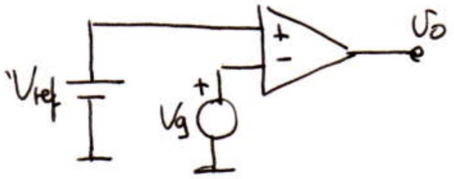


En aquest cas:

$v_p = v_g$ Si $V_g > V_{ref} \rightarrow v_o = +v_{sat}$
$v_n = v_{ref}$ Si $V_g < V_{ref} \rightarrow v_o = -v_{sat}$

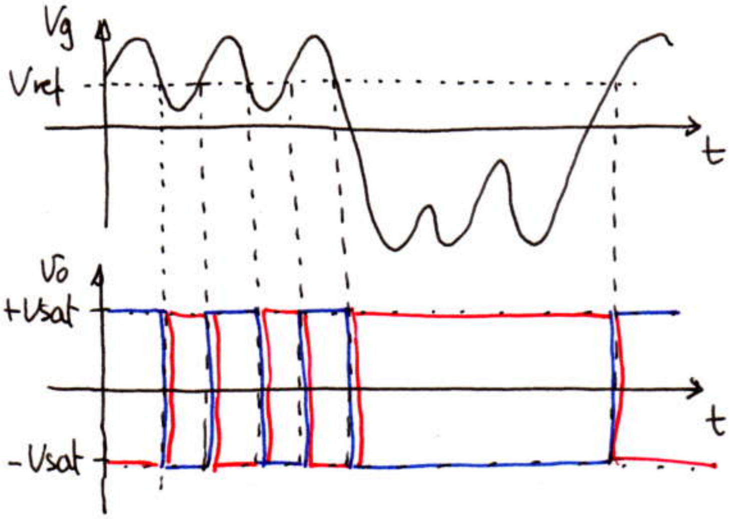
Serà un detector de pas per Vref.

Si intercanviem les entrades tindrem:

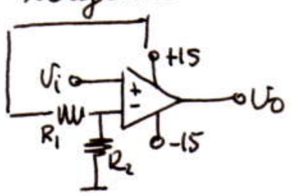


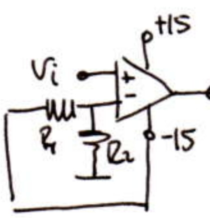
$v_p = v_{ref}$ Si $V_g < V_{ref} \rightarrow v_o = +v_{sat}$
$v_n = v_g$ Si $V_g > V_{ref} \rightarrow v_o = -v_{sat}$

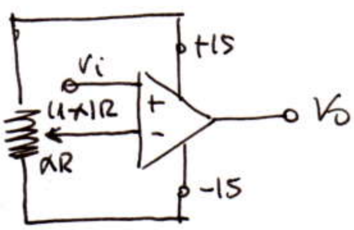
Gràficament tindríem ara:



Recordem que l'A.O. necessita alimentació, normalment a +15 i -15V. Si volem una tensió de referència per comparar, al laboratori ens faltaran fonts d'alimentació. El què farem és aprofitar les alimentacions a ±15 i fer un divisor de tensió. Utilitzarem una, altra o les dues depenent de la tensió de referència que volguem.







$V_n = V_{ref} = \frac{R_2}{R_1+R_2} \cdot 15$

Si $V_{ref} = 3V \Rightarrow 3 = \frac{15R_2}{R_1+R_2}$

$3R_1 + 3R_2 = 15R_2 \rightarrow 3R_1 = 12R_2$
$R_1 = 4R_2$

$V_n = V_{ref} = -\frac{R_2}{R_1+R_2} 15$

Si $V_{ref} = -3$
$R_1 = 4R_2$

$V_{n1} = \frac{\alpha R}{R} \cdot 15 = 15\alpha$ (anulem 15V)

$V_{n2} = \frac{(1-\alpha)R}{R} \cdot (-15) = -15(1-\alpha)$ (anulem -15V).

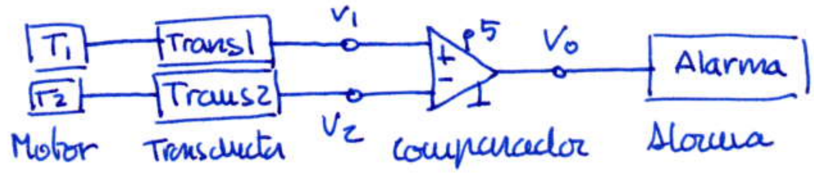
$V_{ref} = V_{n1} + V_{n2} = 15\alpha - 15(1-\alpha)$

En els dos primers casos haureu de calcular el valor de les R's segons la Vref desitjada. En l'últim cas, dependrà de la posició del potenciòmetre.

Ex: 4.17 llibre

Suposem un motor on hi ha dues temperatures, i volem sempre $T_1 < T_2$ per tal que funcioni correctament. Si $T_1 > T_2$, voldrem que s'activi una alarma immediatament.

Primer de tot necessitarem dos transductors que transformin la temperatura a tensió, i després haurem de posar un comparador de manera adequada.



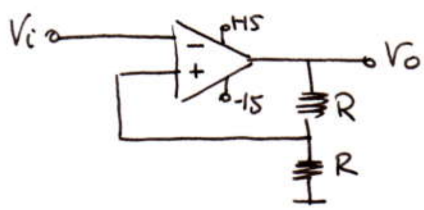
Ens interessarà que V_o sigui 0 o 5 V. Ja hi ha A.O. que poden treballar amb aquestes alimentacions.

Si $V_1 < V_2 \rightarrow$ Funcionament correcte, $V_o = 0$, alarma desactivada

Si $V_1 > V_2 \rightarrow$ Funcionament anòmal, $V_o = 5$, alarma activada.

3.4.2. Comparador amb histèresi

Aquest circuit també és un comparador, però ara el nivell de comparació no sempre és el mateix, sinó que pot agafar dos valors diferents en funció de quina ha estat la sortida anterior. Direm que la sortida depèn del passat.



Encara que tingui una connexió entrada sortida, treballa en Z.N.L. Així, la sortida podrà valer $+V_{sat}$ o $-V_{sat}$. Aleshores V_p podria ser $+V_{sat}/2$ o $-V_{sat}/2$ (d'aquests dos valors en direm $+V_B$ i $-V_B$).

Suposem que inicialment:

$$\left.\begin{array}{l} V_o = +V_{sat} \rightarrow V_p = \dfrac{V_{sat}}{2} \\ V_i = -15V \rightarrow V_n = -15V \end{array}\right\} V_p > V_n \rightarrow V_o = V_{sat}$$

V_i va creixent fins que sobrepassa V_p

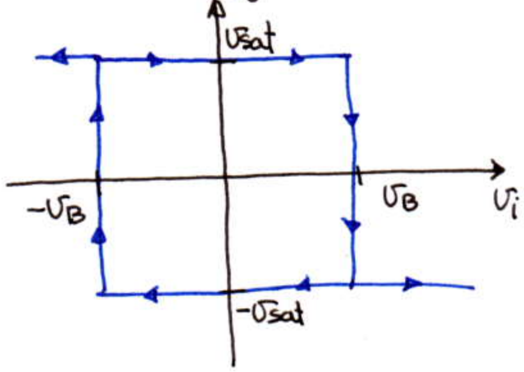
$$\left.\begin{array}{l} V_o = +V_{sat} \rightarrow V_p = \dfrac{V_{sat}}{2} \\ V_i \uparrow \rightarrow V_n > V_{sat}/2 \end{array}\right\} V_p < V_n \rightarrow V_o = -V_{sat}$$

V_i va variant fins que decreix per sota V_n

$$\left.\begin{array}{l} V_o = -V_{sat} \rightarrow V_p = \dfrac{-V_{sat}}{2} \\ V_i \downarrow \rightarrow V_n < \dfrac{-V_{sat}}{2} \end{array}\right\} V_p > V_n \rightarrow V_o = V_{sat}$$

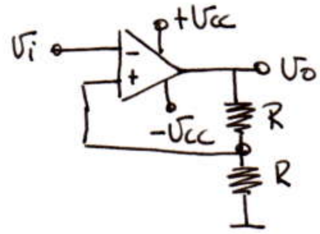
Així anem veient que el nivell de comparació va variant.

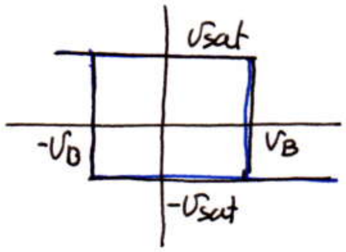
Gràficament:



Veiem que amb la situació típica, on $\pm v_{sat} \approx 15V$, sempre obtindríem els mateixos valors de $\pm v_B$. Veiem algunes variants del comparador amb histèresi que ens permetran utilitzar altres valors de v_B.

a) v_B contínua sent simètric, però diferent de $\pm 7'5$.



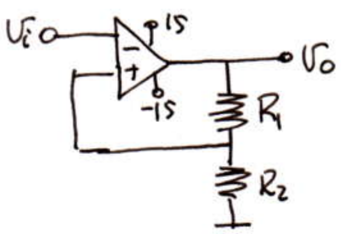


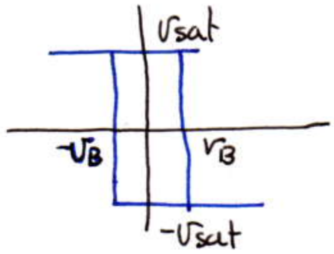
$$\pm v_B = \pm \frac{v_{sat}}{2}$$

Faríem el mateix muntatge, però amb $\pm V_{cc}$ menor.

Si $\pm V_{cc} = \pm 10V \Rightarrow \pm v_B = \pm 5V$

b) v_B simètrica, sense variar l'alimentació, aconseguint diversitats d'amplades. Ara no podrem tenir $\pm v_{sat}/2$. Farem servir el mateix muntatge, però fent les dues resistències diferents. Segons les resistències utilitzades, obtindrem valors de v_B molt petits o molt grans.





$$v_p = v_o \frac{R_2}{R_1+R_2}$$

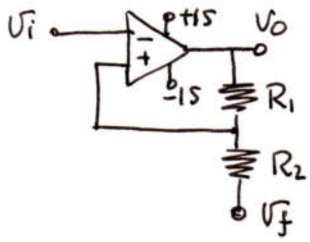
Si $v_o = v_{sat} \rightarrow v_p = v_{sat} \frac{R_2}{R_1+R_2}$

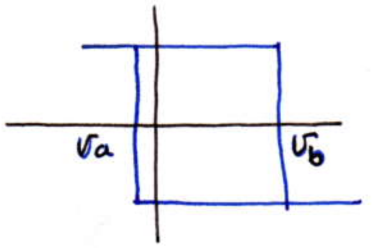
Si $v_o = -v_{sat} \rightarrow v_p = -v_{sat} \frac{R_2}{R_1+R_2}$

Suposem per exemple que volem $\pm v_B = \pm 3V$ i $\pm v_{sat} = \pm 15$, aleshores:

$$3 = 15 \frac{R_2}{R_1+R_2} \rightarrow \frac{3}{15} = \frac{R_2}{R_1+R_2} \rightarrow \frac{1}{5} = \frac{R_2}{R_1+R_2} \rightarrow R_1+R_2 = 5R_2 \rightarrow \underline{R_1 = 4R_2}$$

c) v_B ja no és simètrica i n'hi direm v_a i v_b. Agafarem com a base el mateix muntatge, però hi afegirem una font.





Ara, la v_a i la v_b poden ser qualsevols. Podrien ser totes dues positives o totes dues negatives si ens interessés.

Suposant que v_o i v_f són dues fonts, analitzaríem el circuit per superposició per trobar v_p.

$v_f = 0 \rightarrow v_{p_1} = v_o \frac{R_2}{R_1+R_2}$ $\qquad$ $v_o = 0 \rightarrow v_{p_2} = v_f \frac{R_1}{R_1+R_2}$

$$v_p = v_o \frac{R_2}{R_1+R_2} + \underbrace{v_f \frac{R_1}{R_1+R_2}}$$

→ Aquest terme és fixe i és el que provoca el desplaçament del marge.

Els valors de v_a i v_b seran doncs:

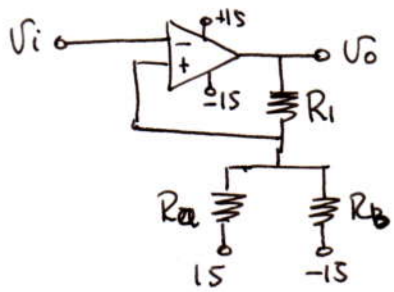
$$v_a = -v_{sat} \rightarrow v_a = -v_{sat}\frac{R_2}{R_1+R_2} + v_f\frac{R_1}{R_1+R_2}$$

$$v_o = +v_{sat} \rightarrow v_b = v_{sat}\frac{R_2}{R_1+R_2} + v_f\frac{R_1}{R_1+R_2}$$

Si nosaltres volèssim fer un disseny, tindríem uns valors desitjats de v_a i v_b, i necessitaríem ~~t~~trobar v_f, R_1 i R_2. Fent algunes operacions matemàtiques a les expressions anteriors, trobaríem:

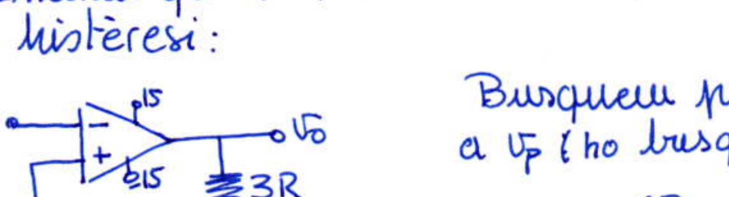
$$\boxed{v_f = \frac{v_{sat}(v_a+v_b)}{2v_{sat}-(v_b-v_a)}} \qquad \boxed{R_1 = R_2\left(\frac{2v_{sat}}{v_b-v_a}-1\right)}$$

Si haguéssim d'implementar aquest muntatge al laboratori, no tindríem prou fonts. Aleshores aprofitaríem les alimentacions per fer v_f de la següent manera:



Seria més complicat d'analitzar, però igualment podríem trobar els valors de les resistències per fer un disseny.

Trobant l'equivalent Thevenin de la part afegida, tornaríem a estar en la situació que ja sabem analitzar:

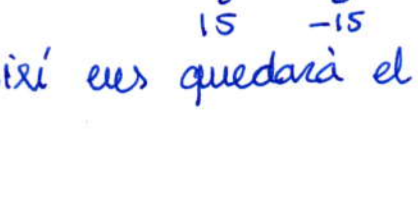


$$V_{co} \rightarrow V_p = \frac{15R_b - 15R_a}{R_a+R_b}$$

↳ Per superposició

$$R_2 = R_a /\!/ R_b = \frac{R_a \cdot R_b}{R_a+R_b}$$

Ex: Indicar quins són els valors de v_a i v_b pel següent comparador amb histèresi:

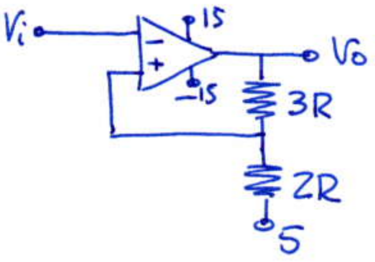


Busquem primer l'equivalent Thevenin a v_p (ho busquem en c.o i per superposició).

$$v_p = 15\cdot\frac{6R}{9R} - 15\,\frac{3R}{9R} = \frac{15\cdot 2}{3} - \frac{15}{3} = 5\,V.$$

$$R_{eq} = \frac{3R\cdot 6R}{3R+6R} = \frac{18R^2}{9R} = 2R$$

Així ens quedarà el següent circuit:

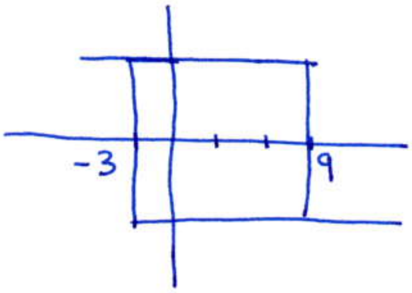


$$V_a = -15\,\frac{2R}{2R+3R} + 5\,\frac{3R}{2R+3R} = -15\cdot\frac{2}{5} + 5\,\frac{3}{5}$$

$$V_a = -3V$$

$$V_b = 15\,\frac{2R}{2R+3R} + 5\,\frac{3R}{2R+3R} = 15\cdot\frac{2}{5} + 5\cdot\frac{3}{5}$$

$$V_b = 9V$$

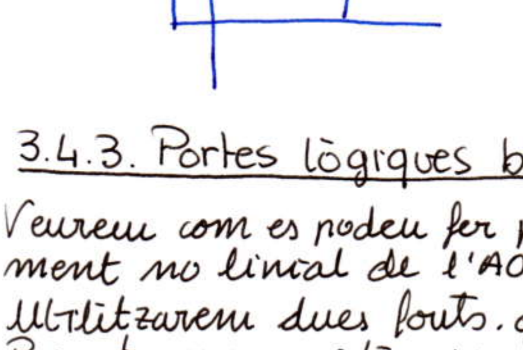


3.4.3. Portes lògiques basades en comparadors

Veurem com es poden fer portes lògiques basant-nos amb el funcionament no lineal de l'AO.
Utilitzarem dues fonts, que seran les entrades digitals, 0 o 5V.
Posant unes resistències adequades a un comparador, aconseguirem les diverses portes lògiques.

PORTA AND

Suposem el següent circuit on V_1 i V_2 són 0 o 5 i l'AO està alimentat a 5 i 0. Serà un model especial que ho permeti i haurà de ser rail to rail IO, per tal que tant l'entrada com la sortida puguin ser 5 i 0.



Buscarem V_p i V_n i els compararem per tots els casos per saber quan val la sortida.
V_n sempre serà: $V_n = \frac{R_1}{R_1+R_2}\cdot 5$

Per trobar V_p, ho podem fer per superposició. Hem de tenir en compte que és com si estigués en c.o, ja que no entra corrent a l'AO.

$V_1 = 0 \Rightarrow V_{p1} = \frac{V_2}{2}$, $V_2 = 0 \Rightarrow V_{p2} = \frac{V_1}{2} \Rightarrow V_p = \frac{V_1}{2} + \frac{V_2}{2}$

omplim la taula de veritat, i veiem quan ha de valer V_n per tal que sigui una AND.

V_1	V_2	V_p	V_n	V_o
0	0	0	3'75	0
0	5	2'5	3'75	0
5	0	2'5	3'75	0
5	5	5	3'75	5

$V_n = \frac{R_1}{R_1+R_2}\cdot 5 = 3'75 \rightarrow \frac{R_1}{R_1+R_2} = \frac{3}{4}$

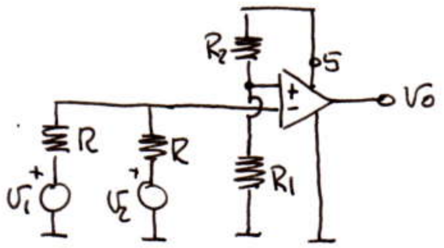
$4R_1 = 3R_1 + 3R_2 \rightarrow R_1 = 3R_2$

Amb aquesta relació de resistències s'aconsegueix una AND

Podríem imposar aquest valor: $2'5 < 3'75 < 5$
Està just al mig.

PORTA NAND

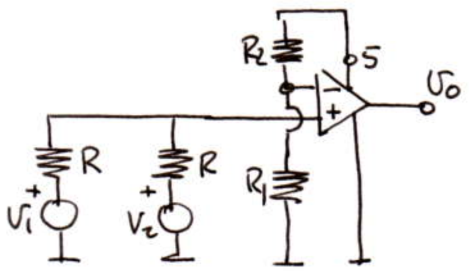
Per fer una porta NAND, l'única cosa que cal fer és intercanviar v_p per v_n al circuit de la porta AND:



v_1	v_2	v_n	v_p	v_o
0	0	0	3'75	5
0	5	2'5	3'75	5
5	0	2'5	3'75	5
5	5	5	3'75	0

PORTA OR

En una porta OR tindrem només 0 a la sortida si les dues entrades són 0. Per tant podem aprofitar el circuit de la porta AND rebaixant el nivell de comparació.



v_1	v_2	v_p	v_n	v_o
0	0	0	1'25	0
0	5	2'5	1'25	5
5	0	2'5	1'25	5
5	5	5	1'25	5

Ho imposem. $0 < 1'25 < 2'5$

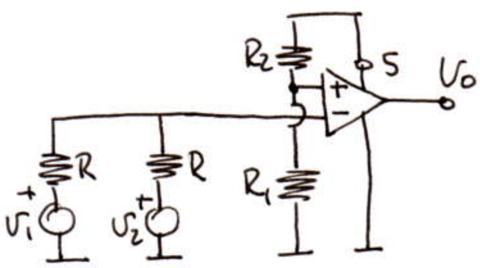
Hem de buscar la relació de resistències que fa que això sigui un OR.

$$v_n = \frac{R_1}{R_1+R_2}\cdot 5 = 1'25 \rightarrow \frac{R_1}{R_1+R_2} = \frac{1}{4} \rightarrow 4R_1 = R_1+R_2$$

$R_2 = 3R_1$ Amb aquesta relació obtindrem una OR.

PORTA NOR

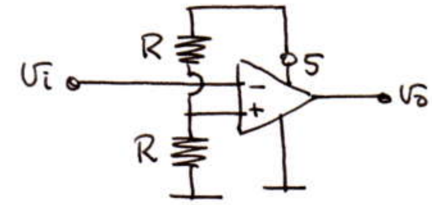
Podrem aprofitar el circuit de la OR intercanviant v_p per v_n, igual que hem fet per trobar la NAND a partir de la AND.



v_1	v_2	v_n	v_p	v_o
0	0	0	1'25	5
0	5	2'5	1'25	0
5	0	2'5	1'25	0
5	5	5	1'25	0

PORTA NOT

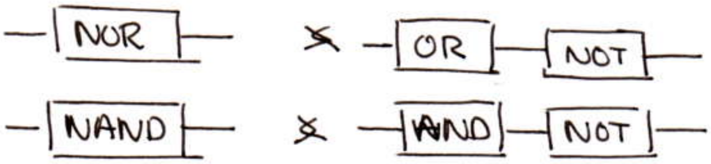
Serà més senzilla, ja que només tindrem una entrada.



$v_p = 2'5$

v_i	v_n	v_p	v_o
0	0	2'5	5
5	5	2'5	0

Ara que coneixem com és fa una NOT, veiem que podríem haver utilitzat aquesta per fer la NAND i la NOR, tot i que hauríem utilitzat més A.O.

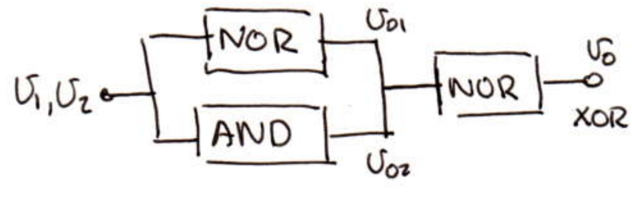


PORTA XOR

Per fer la XOR, ho haurem de fer amb una combinació de les portes estudiades.

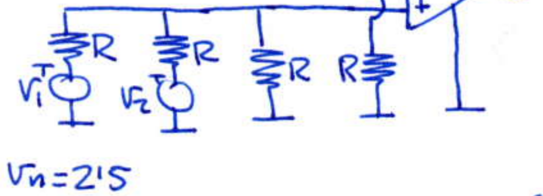
Recordem el treball fet a Introducció als sistemes digitals, i mirem de trobar altres possibilitats:

v_1	v_2	v_{o1}	v_{o2}	v_o
0	0	0	5	0
0	5	5	5	5
5	0	5	5	5
5	5	5	0	0



v_1	v_2	v_{o1}	v_{o2}	v_o
0	0	5	0	0
0	5	0	0	5
5	0	0	0	5
5	5	0	5	0

Ex: Quina funció fa el següent circuit?



v_1	v_2	v_p	v_n	v_o
0	0	0	2'5	0
0	5	1'6	2'5	0
5	0	1'6	2'5	0
5	5	3'3	2'5	5

És una porta AND

Així totes les R's són iguals. Per una NAND intercanviem els terminals.

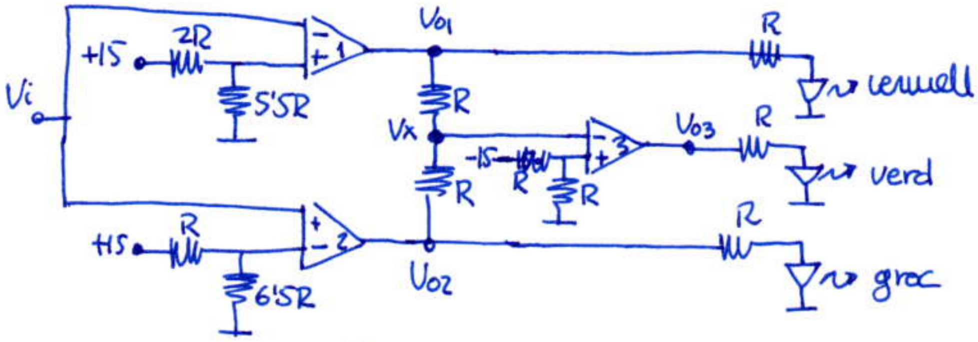
$v_n = 2'5$

Trobem v_p per superposició:

$v_1 = 0 \Rightarrow v_{p1} = \frac{R/2}{R + R/2} \cdot v_2 = \frac{v_2}{3}$ $\qquad$ $v_2 = 0 \Rightarrow v_{p2} = \frac{R/2}{R + R/2} \cdot v_1 = \frac{v_1}{3}$

$v_p = \frac{v_1}{3} + \frac{v_2}{3}$

Ex: Estudiar el comportament del següent circuit i mirar si serveix com a comprovador de bateries. Suposem $\pm V_{cc} = \pm 15V$

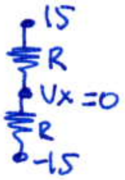


AO1: $v_{p1} = \frac{5'5\cancel{R}}{7'5\cancel{R}} \cdot 15 = 5'5 \cdot 2 = 11V.$ si $v_i < 11V \rightarrow v_{o1} = 15 \rightarrow$ LED vermell ON
↳ bateria descarregada. groc OFF

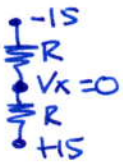
AO2: $v_{n2} = \frac{6'5R}{7'5R} \cdot 15 = 6'5 \cdot 2 = 13V$ si $v_i > 13V \rightarrow v_{o2} = 15 \rightarrow$ LED groc ON
↳ bateria sobrecarregada vermell OFF

Per veure què passa a l'AO3, mirem primer quan val v_x.

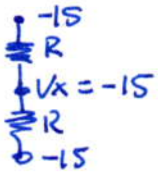
$v_i < 11$ $v_{o1} = 15$ $v_{o2} = -15$



$v_i > 13$ $v_{o1} = -15$ $v_{o2} = 15$



$11 < v_i < 13$ $v_{o1} = -15$ $v_{o2} = -15$



Ara sabem que v_x pot valer 0 o -15. Busquem ara v_{p3}.

$v_{p3} = -15 \frac{R}{2R} = -7'5$

Si $v_i < 11$ o $v_i > 13 \Rightarrow v_x = 0 \rightarrow v_{o3} = -15 \rightarrow$ LED verd OFF

Si $11 < v_i < 13 \Rightarrow v_x = -15 \rightarrow v_{o3} = +15 \rightarrow$ LED verd ON
↳ bateria en funcionament correcte.

Veiem que en qualsevol moment, només hi ha un LED encès.
En resum:

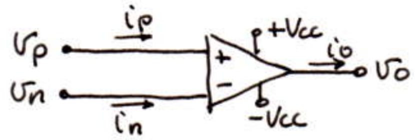
$v_i < 11$, bateria descarregada, LED vermell ON

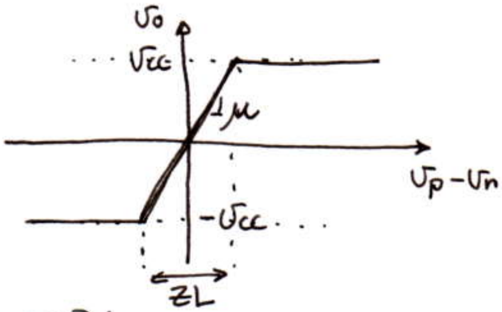
$11 < v_i < 13$, bateria en funcionament correcte, LED verd ON

$v_i > 13$, bateria sobrecarregada, LED groc ON.

3.5. APLICACIONS DE L'A.O. EN ZONA LINIAL

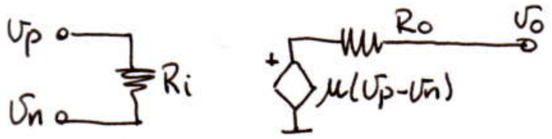
Primer de tot veurem com s'analitzen els circuits amb A.O. que treballen en Z.L. Després veurem els circuits més típics amb A.O i que cal conèixer.
Recordem primer les característiques bàsiques de l'AO i els dos models, el real i l'ideal.



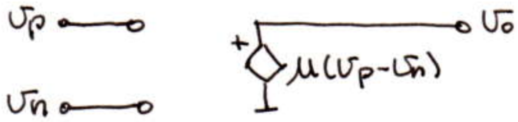


$i_p = i_n \approx 0$
μ molt gran
$v_p - v_n$ molt petit per treballar en Z.L.

Model real



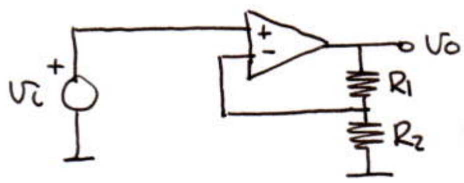
Model ideal:



Utilitzarem sempre el model ideal, en el qual agafarem sempre $R_i = \infty$, $R_o = 0$ i $\mu = \infty$. En aquest cas, recordem que per treballar en Z.L. $v_p - v_n = 0$. D'això en direm curtcircuit virtual. Però compte, no és pas un c.c. real, és un c.o i no passa corrent, però ho diem així perquè $v_p = v_n$.

Recordem que perquè un circuit treballi en Z.L. hi ha d'haver una connexió entre l'entrada i la sortida, però aquesta no podrà ser de qualsevol manera. Recordem que el comparador amb histèresi tenia aquesta connexió, i en canvi treballava en Z.N.L. Més endavant veurem el test de linealitat, per saber quan un circuit treballa en Z.L.

Considerem un cas concret per veure com s'analitzaria utilitzant el model ideal. Agafem un circuit molt semblant al comparador amb histèresi.



$v_p = v_i$

$$v_n = \frac{R_2}{R_1+R_2} \cdot v_o$$

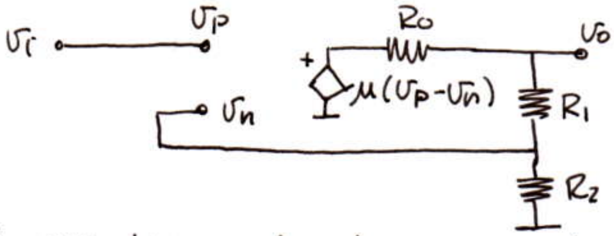
Pel curtcircuit virtual $v_p = v_n$

$$v_i = \frac{R_2}{R_1+R_2} \cdot v_o \rightarrow v_o = \frac{R_1+R_2}{R_2} v_i = \left(1 + \frac{R_1}{R_2}\right) v_i \rightarrow v_o = K v_i$$

Sempre tindrem amplificació. Si volem $K = 10 \rightarrow R_1 = 9R_2$

Hem dit que sempre agafarem el model ideal. És una bona aproximació i ho podrem fer, però hem de prendre unes precaucions que anem a demostrar tot seguit.

Agafarem el mateix circuit, amb el model real, però només amb R_o, R_i la considerarem ∞.



$$v_p = v_i$$

$$v_n = \frac{R_2}{R_1+R_2}\cdot v_o$$

v_o és un divisor de tensió de la font controlada, així que:

$$v_o = \mu(v_p - v_n)\,\frac{R_1+R_2}{R_o+R_1+R_2}$$

agafem els valors de v_p i de v_n i els posem a l'expressió.

$$v_o = \mu\left(v_i - \frac{R_2}{R_1+R_2}v_o\right)\frac{R_1+R_2}{R_o+R_1+R_2} = \mu v_i \frac{R_1+R_2}{R_o+R_1+R_2} - \mu v_o \overbrace{\frac{R_2}{R_1+R_2}}^{1/K}\cdot\frac{R_1+R_2}{R_o+R_1+R_2}$$

Quan puguem, utilitzarem el valor de K en lloc de R_1+R_2/R_1. També intentarem aïllar v_o en aquesta expressió.

$$v_o\left(1+\frac{\mu}{K}\cdot\frac{R_1+R_2}{R_o+R_1+R_2}\right) = \mu v_i \frac{R_1+R_2}{R_o+R_1+R_2}$$

$$v_o\left(\frac{R_o+R_1+R_2+\mu/_K(R_1+R_2)}{\cancel{R_o+R_1+R_2}}\right) = \mu v_i \frac{R_1+R_2}{\cancel{R_o+R_1+R_2}}$$

$$v_o = \frac{\mu(R_1+R_2)}{R_o+R_1+R_2+\mu/_K(R_1+R_2)}\,v_i = \underbrace{K\cdot v_i}_{\text{Resultat del model ideal}}\,\frac{\mu(R_1+R_2)}{K(R_o+R_1+R_2)+\mu(R_1+R_2)}$$

Mirem quins serien els valors reals i fem aproximacions.

$R_o \approx 75\Omega$, $R_1, R_2 \approx 1k\Omega$, $\mu \approx 10^5 \Rightarrow R_o+R_1+R_2 \approx R_1+R_2$

Aleshores l'expressió quedaria:

$$v_o = K\cdot v_i\,\frac{\mu}{K+\mu} = K\cdot v_i\,\frac{1}{1+\frac{K}{\mu}}$$

Suposem diverses amplificacions (K) diferents, i veiem si sempre tenim el mateix que pel cas ideal.

$K=10 \Rightarrow \frac{K}{\mu} = 10^{-4} \Rightarrow 1+\frac{K}{\mu} \approx 1 \Rightarrow v_o \approx v_i\cdot K$ (igual que el cas ideal)

$K=100 \Rightarrow \frac{K}{\mu} = 10^{-3} \Rightarrow 1+\frac{K}{\mu} \approx 1 \Rightarrow v_o \approx v_i\cdot K$ (igual que el cas ideal)

$K=10^5 \Rightarrow \frac{K}{\mu} = 1 \Rightarrow 1+\frac{K}{\mu} \approx 2 \Rightarrow v_o \approx v_i\frac{K}{2}$ (no sembla l'ideal)

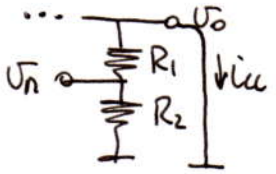
Veiem doncs que, si fem l'amplificació molt gran, s'assemblarà menys a l'ideal, per tant els resultats no seran tant precisos.

Una altra cosa amb la qual ens hem de fixar és amb l'efecte que fa Ro. En el cas ideal, la tensió de sortida no variarà encara que li connectem altres dispositius. Mirem què passa amb el cas real si li connectem un LED a la sortida.

Per simplificar, buscarem primer l'equivalent Thevenin:

$$v_T = v_{co} = K v_i \frac{1}{1+\frac{K}{\mu}}$$ és la que hem trobat abans.

Com que hi ha una font controlada, haurem de buscar i_{cc} per poder trobar la R_{eq}.

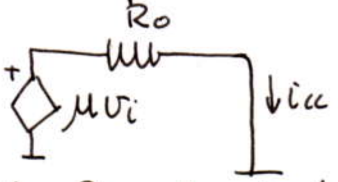


en c.c. $v_o = 0 \Rightarrow v_n = 0$

així la font controlada serà:

$$\mu(v_p - v_n) = \mu v_i$$

Així ens quedarà:



$$\mu v_i = i_{cc} \cdot R_o \rightarrow i_{cc} = \frac{\mu v_i}{R_o}$$

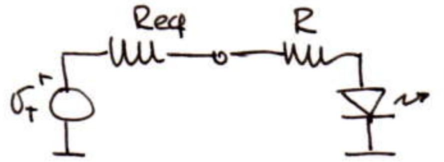
Així la Req la trobarem:

$$R_{eq} = \frac{v_{co}}{i_{cc}} = \frac{K \cancel{v_i} \frac{1}{1+K/\mu}}{\frac{\mu \cancel{v_i}}{R_o}} = R_o \frac{K}{\mu + K}$$

Suposarem que $K << \mu$, ja que sabem que sinó, no tindríem els resultats bons. Amb aquesta aproximació, la Req. serà:

$$R_{eq} \doteq \frac{R_o K}{\mu}$$

Ara posem l'equivalent Thevenin en lloc del circuit que teníem, i li connectem a la sortida una R i un LED.



Igual que abans, agafem diferents valors de K, i mirem com afecta.

Si $K=10 \Rightarrow R_{eq} = \frac{75 \cdot 10}{10^5} = 7'5\,m\Omega \Rightarrow v_T \doteq v_o$

Si $K=100 \Rightarrow R_{eq} = \frac{75 \cdot 100}{10^5} = 75\,m\Omega \Rightarrow v_T \approx v_o$

Si $K=10^5 \Rightarrow R_{eq} = \frac{75 \cdot 10^5}{10^5} = 75\,\Omega \Rightarrow v_T \approx v_o$ Però $R >> R_{eq}$.

Podem continuar dient que la sortida no es veurà afectada encara que hi connectem alguna cosa, però amb K elevades es notarà més l'efecte de R_o. Serà millor si no utilitzem Resistències externes petites.

Podem dir doncs, que si no volem aconseguir K molt elevades, podrem utilitzar amb tranquil·litat el model ideal, tenint sempre les següents precaucions:

→ v_o ha de ser inferior a v_{sat} (habitualment 13'5 V aprox) si volem que treballi en Z.L. Per tant, en funció de l'amplificació que tinguem, la v_i serà força petita.

→ La i_o màxima és aproximadament 25 mA, no pot donar més. Si posem resistències a la sortida i són molt petites, demanarà un corrent que l'AO no podrà donar. Vegem un exemple:

Suposem $v_i = 3\sin\omega t$ si $K \leq 4$ Z.L.
si $K \geq 5$ Z.L.

Si $K=4$ i Z.L. → $v_o = 12\sin\omega t$

$v_{o\,max} = 12 \rightarrow i_o = \frac{12}{R_L}$

Així $i_{max} = \frac{12}{R_L}$ si $R_L = 1K \rightarrow i_{omax} = 12\,mA$

si $R_L = 100\Omega \rightarrow i_{omax} = 120\,mA > 25\,mA$

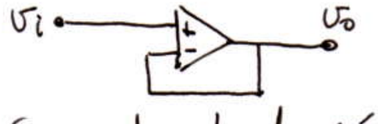
Així haurem de tenir sempre precaució amb les resistències que posem a la sortida, i fer-ne servir sempre de l'ordre de $K\Omega$, mai més petites.

3.6. TEST DE LINEALITAT

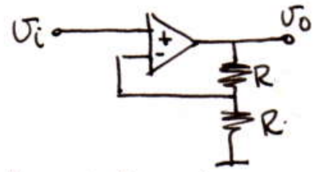
En aquest apartat veurem un parell de mètodes per esbrinar si un A.O. dins un circuit treballa o no en Z.L. Així sabrem com començar-lo a analitzar, si hem de fer el c.c. virtual o no.

Si un circuit no té realimentació, o és conegut, no caldrà fer el test de linealitat, només el farem si té realimentació i no el coneixem.

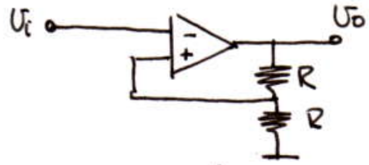
Partim de 3 circuits, dos d'ells ja coneguts, i fem el test per 2 mètodes:



Seguidor de tensió (Z.L).



Amplificador no inversor (Z.L).

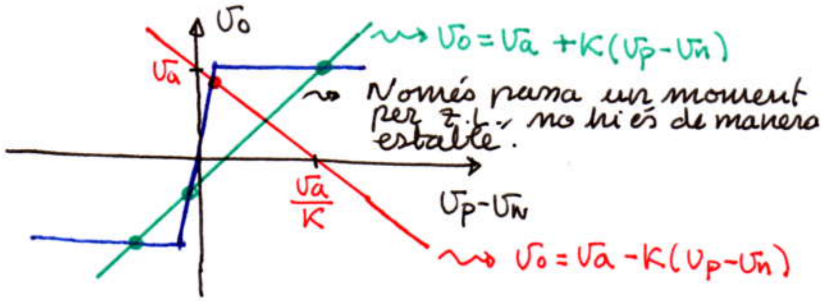


comparador amb histèresi (Z.N.L.)

3.6.1. Mètode gràfic

Es pot utilitzar un mètode similar al que vam utilitzar quan treballàvem amb dispositius no lineals. Compararem la característica de l'AO i la del circuit, i mirarem si es venen a la zona lineal o no.

En general tindrem la següent situació, amb dues possibilitats:

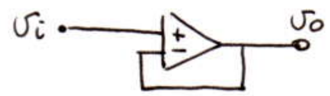


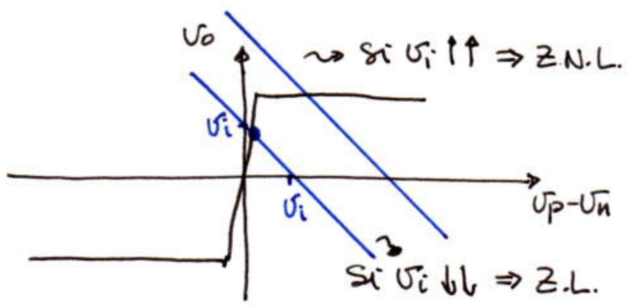
Si tenim +K, la recta talla la corba de l'AO per 3 llocs, això vol dir que treballa en ZNL.

Si tenim −K, la recta talla la corba de l'AO per 1 lloc, això vol dir que treballa en Z.L.

Veiem com aplicaríem això a cadascun dels 3 circuits anteriors:

→ Seguidor de tensió:

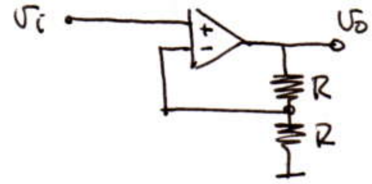




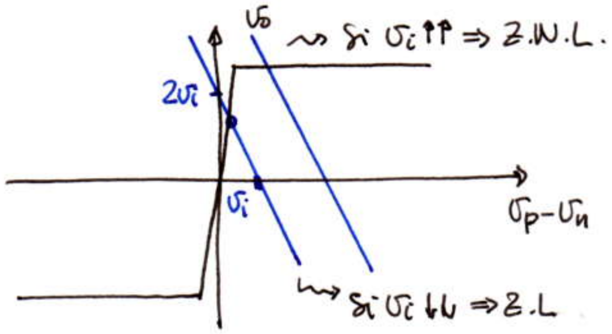
$$\left.\begin{array}{l} v_p = v_i \\ v_n = v_o \end{array}\right\} \quad \begin{array}{l} v_p - v_n = v_i - v_o \\ v_o = v_i - (v_p - v_n) \end{array}$$

signe −, resulta que estarem en Z.L.

→ Amplificador no inversor:



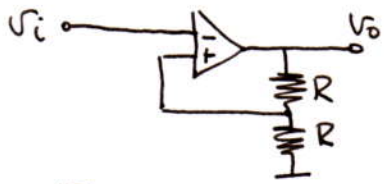
Feu les 2 R iguals per simplificar.

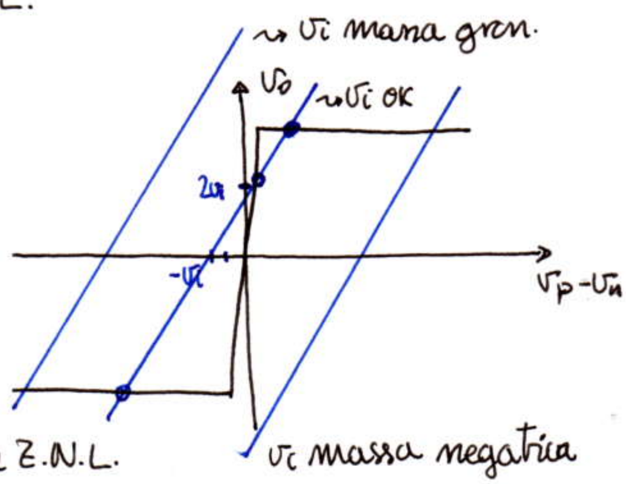


$$\left.\begin{array}{l} v_p = v_i \\ v_n = \frac{v_o}{2} \end{array}\right\} \quad \begin{array}{l} v_p - v_n = v_i - \frac{v_o}{2} \\ v_o = 2v_i - 2(v_p - v_n) \end{array}$$

signe −, resulta que treballa en Z.L.

→ Comparador amb histèresi:





$$\left.\begin{array}{l} v_p = \frac{v_o}{2} \\ v_n = v_i \end{array}\right\} \quad \begin{array}{l} v_p - v_n = \frac{v_o}{2} - v_i \\ v_o = 2v_i + 2(v_p - v_n) \end{array}$$

signe +, resulta que treballa en Z.N.L.

3.6.2. Mètode de les hipòtesis

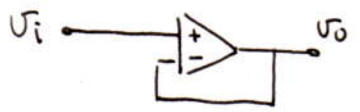
Aquest mètode es basa en posar l'entrada a 0. Pel principi de proporcionalitat, si l'entrada és 0, la sortida també ho hauria de ser, mentre treballi en Z.L.

Una sola entrada: $v_o = K v_i$ si $v_i = 0 \Rightarrow v_o = 0$
Diverses entrades: $v_o = K_1 v_1 + K_2 v_2 + \dots + K_n v_n$, si $v_1 \cdots v_n = 0 \Rightarrow v_o = 0$

Amb les entrades a 0, farem hipòtesis sobre la sortida. Si ens dóna contradiccions en la zona de saturació, voldrà dir que treballa en Z.L. Si sempre ens dóna correcte, voldrà dir que treballa en Z.N.L.

Fem-ho pels 3 mateixos circuits:

→ Seguidor de tensió:



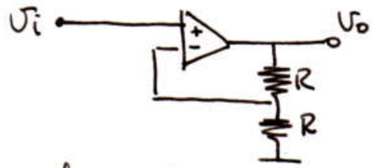
$v_i = 0$
$v_p = v_i = 0$
$v_n = v_o$

Ara fem les següents hipòtesis:

$v_o = +v_{sat} \Rightarrow v_p - v_n > 0$, busquem $v_p - v_n = 0 - v_{sat} < 0 \Rightarrow$ No és cert
$v_o = -v_{sat} \Rightarrow v_p - v_n < 0$, busquem $v_p - v_n = 0 + v_{sat} > 0 \Rightarrow$ No és cert
(contradicció)
$v_o = 0 \Rightarrow v_p - v_n = 0$, busquem $v_p - v_n = 0 - 0 = 0 \Rightarrow$ CERT

Només es compleix l'hipòtesi $v_i = 0 \rightarrow v_o = 0$, això vol dir que treballa en Z.L.

→ Amplificador no inversor:



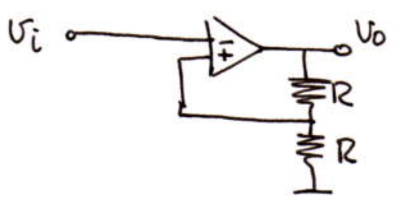
$v_i = 0$
$v_p = v_i = 0$
$v_n = \frac{v_o}{2}$

Ara fem les següents hipòtesis:

$v_o = +v_{sat} \Rightarrow v_p - v_n > 0$, busquem $v_p - v_n = 0 - \frac{v_{sat}}{2} < 0 \Rightarrow$ No és cert
$v_o = -v_{sat} \Rightarrow v_p - v_n < 0$, busquem $v_p - v_n = 0 + \frac{v_{sat}}{2} > 0 \Rightarrow$ No és cert
(contradicció)
$v_o = 0 \Rightarrow v_p - v_n = 0$, busquem $v_p - v_n = 0 + 0 = 0 \Rightarrow$ CERT

Només es compleix l'hipòtesi $v_i = 0 \rightarrow v_o = 0$, això vol dir que treballa en Z.L.

→ Comparador amb histèresi:



$v_i = 0$
$v_n = v_i = 0$
$v_p = \frac{v_o}{2}$

Ara fem les següents hipòtesis:

$v_o = +V_{sat} \Rightarrow v_p - v_n > 0$, busquem $v_p - v_n = \frac{V_{sat}}{2} - 0 > 0 \Rightarrow$ CERT

$v_o = -V_{sat} \Rightarrow v_p - v_n < 0$, busquem $v_p - v_n = -\frac{V_{sat}}{2} - 0 < 0 \Rightarrow$ CERT

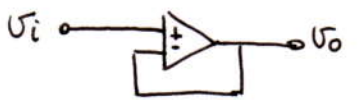
$v_o = 0 \Rightarrow v_p - v_n = 0$, busquem $v_p - v_n = 0 - 0 = 0 \Rightarrow$ CERT

Totes les hipòtesis són certes, això vol dir que treballa en Z.N.L.

3.7. CIRCUITS BÀSICS AMB L'AO EN ZONA LINIAL

En aquest apartat veurem tot un seguit de circuits bàsics amb AO's treballant en Z.L. Els analitzarem i estudiarem la funció que fan. Si els identifiquem dintre de circuits més grans, ja no caldrà fer el test de linialitat, i es podrà analitzar el circuit complet sabent que treballa en Z.L.

3.7.1. Seguidor de tensió

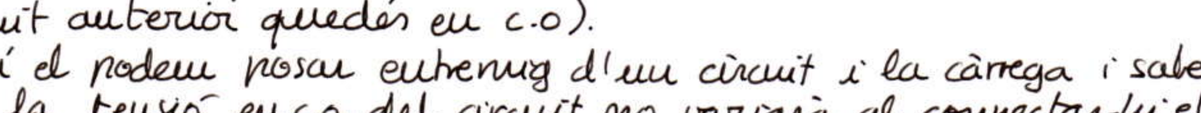


Ja hem estudiat la linialitat d'aquest circuit, i hem vist que treballa en Z.L. Analitzem-lo:

$$\left.\begin{array}{l} v_p = v_i \\ v_n = v_o \end{array}\right\} \Rightarrow v_o = v_i$$

Veiem que hi ha la mateixa tensió a l'entrada que a la sortida.

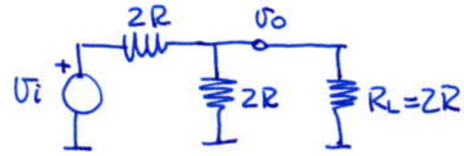
Aparentment sembla que aquest circuit no faci res, però s'utilitza bàsicament per connectar-lo entre un circuit i la seva càrrega. Normalment els circuits tenen impedància de sortida, i al connectar-hi una càrrega, la tensió de sortida canvia.
El seguidor té impedància de sortida nul·la, per tant quan hi connectem una càrrega, la tensió no varia (això passa perquè la sortida és una font controlada). També podem dir que té una impedància d'entrada infinita, per tant, al connectar-lo a la sortida d'un circuit, la sortida d'aquest no es veu afectada (això passa perquè a l'AO no hi entra corrent i és com si el circuit anterior quedés en c.o).
Així el podem posar entremig d'un circuit i la càrrega i sabem que la tensió en c.o. del circuit no variarà al connectar-hi el seguidor i la càrrega.

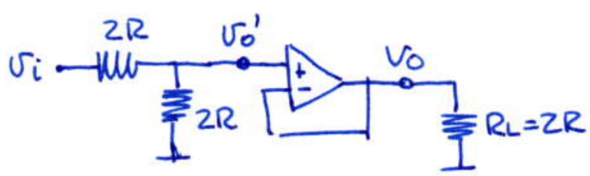


Amb aquesta situació, podem analitzar per separat el circuit 1 i el circuit 2 i obtindrem un resultat correcte, cosa que no podríem fer si no poséssim entremig el seguidor.

Veiem un exemple:

Ex: Veiem la diferència entre posar o no posar el seguidor de tensió.





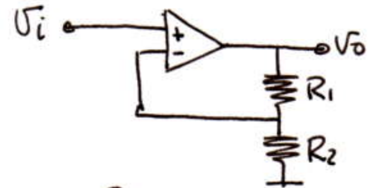
v_o varia al connectar-hi la càrrega R_L i serà diferent segons la càrrega.

$$v_o=\frac{R}{2R+R}\cdot v_i=\frac{v_i}{3}$$

$$\left.\begin{array}{l} v_o'=\dfrac{v_i}{2} \\ v_o=v_o' \end{array}\right\} \; v_o=\frac{v_i}{2}$$

aquí podem analitzar les dues parts per separat.

3.7.2. Amplificador no inversor



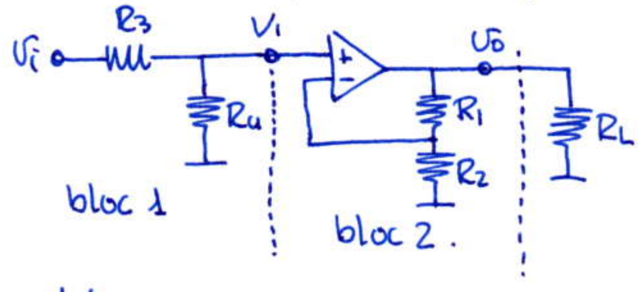
Hem fet el test de linealitat abans i sabem que treballa en ZL.

$$\left.\begin{array}{l} v_p=v_i \\ v_n=\dfrac{R_2}{R_1+R_2}v_o \end{array}\right\} \text{c.c. virtual} \Rightarrow v_p=v_n$$

$$v_i=\frac{R_2}{R_1+R_2}v_o \Rightarrow v_o=\frac{R_1+R_2}{R_2}v_i \Rightarrow \boxed{v_o=\left(1+\frac{R_1}{R_2}\right)v_i}$$

A l'amplificador no inversor li passa igual que al seguidor de tensió. Si el posem entremig de dos circuits, no afectarà a la sortida del primer (impedància d'entrada infinita, no entra corrent), i no li afecta que li connectin el segon circuit (impedància de sortida nul·la, té una font a la sortida). Per tant, si el posem al mig, podem analitzar cada part per separat.
Veiem un exemple:

Ex: Analitzar el circuit següent:



bloc 1:
$$v_1=\frac{R_4}{R_3+R_4}\cdot v_i$$

bloc 2:
Podem utilitzar la solució que ja coneixem o analitzar.

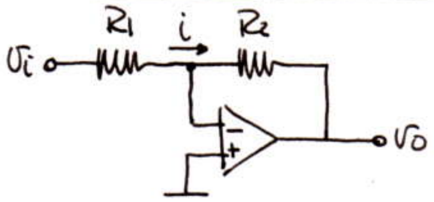
Aprofitar solució:

$$v_1=\frac{R_4}{R_3+R_4}v_i\ ,\quad v_o=\left(1+\frac{R_1}{R_2}\right)v_1 \Rightarrow \underline{v_o=\left(1+\frac{R_1}{R_2}\right)\frac{R_4}{R_3+R_4}v_i}$$

Analitzant:

$$\left.\begin{array}{l} v_p=\dfrac{R_3}{R_3+R_4}v_i \\ v_n=\dfrac{R_2}{R_1+R_2}v_o \end{array}\right| \begin{array}{l} v_p=v_n \\ \dfrac{R_2}{R_1+R_2}v_o=\dfrac{R_3}{R_3+R_4}v_i \Rightarrow \underline{v_o=\dfrac{R_1+R_2}{R_2}\cdot\dfrac{R_3}{R_3+R_4}v_i} \end{array}$$

3.7.3. Amplificador inversor



No entra corrent a v_n i $v_p = v_n = 0$, així:

$$i = \frac{v_i}{R_1} \quad , \quad i = -\frac{v_o}{R_2} \Rightarrow \frac{v_i}{R_1} = -\frac{v_o}{R_2}$$

$$\boxed{v_o = -\frac{R_2}{R_1} v_i}$$

En aquest cas, si connectem una càrrega a la sortida, aquesta no es veurà afectada (font a la sortida, impedància de sortida nul·la). En canvi, si connectem l'inversor a la sortida d'un circuit, sí que afectarà a la sortida (entra corrent, impedància d'entrada no és infinita).

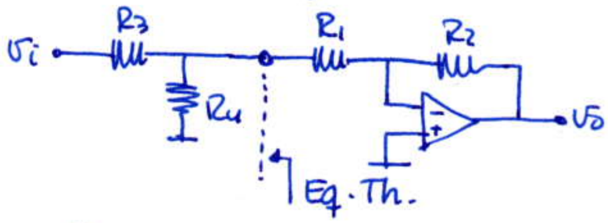
Podem buscar la impedància d'entrada d'aquest circuit:

$$R_{in} = \frac{v_i}{i} \quad . \text{ Com que } i = \frac{v_i}{R_1} \Rightarrow \underline{R_{in} = R_1}$$

En aquest cas, si tenim dos circuits seguits, no els podrem analitzar per separat, tal com hem fet amb el seguidor i el no inversor.

Veiem un exemple:

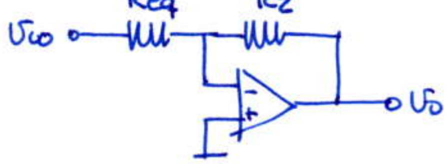
<u>Ex</u>: Analitzar el següent circuit



Podem analitzar de dos maneres, plantejant KCL als nodes, o buscant l'equivalent Thevenin del primer circuit. Ho farem així, serà més còmode.

$$v_{io} = \frac{R_4}{R_3+R_4} \cdot v_i \qquad R_{th} = \frac{R_3 \cdot R_4}{R_3+R_4}$$

Ara ens quedarà el següent circuit:



$$R_{eq} = R_1 + R_{th} = R_1 + \frac{R_3 \cdot R_4}{R_3+R_4} \quad ; \quad v_{io} = \frac{R_4}{R_3+R_4} v_i$$

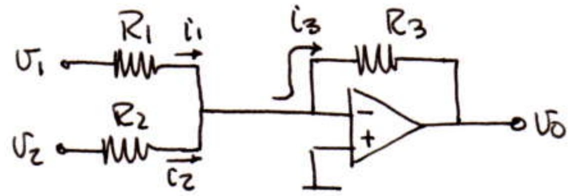
$$R_{eq} = \frac{R_1R_3 + R_1R_4 + R_3R_4}{R_3+R_4}$$

Com que sabem el resultat d'abans (i si no el buscaríem):

$$v_o = -\frac{R_2}{R_{eq}} v_{io} = -\frac{R_2(R_3+R_4)}{R_1R_3+R_1R_4+R_3R_4} \cdot v_{io}$$

$$\boxed{v_o = -\frac{R_2R_4}{R_1R_3+R_1R_4+R_3R_4} \cdot v_i}$$

3.7.4. Sumador inversor



Com que entra corrent per l'entrada, l'analitzarem igual que l'amplificador inversor.

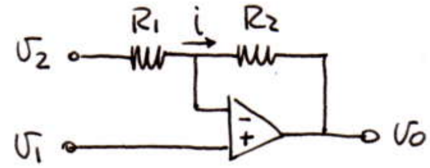
$$\left.\begin{array}{l} i_1+i_2=i_3 \\ v_p=v_n=0 \end{array}\right\} \quad i_1=\frac{v_1}{R_1}, \quad i_2=\frac{v_2}{R_2}, \quad i_3=-\frac{v_o}{R_3}$$

$$\frac{v_1}{R_1}+\frac{v_2}{R_2}=-\frac{v_o}{R_3} \Rightarrow \boxed{v_o=-\frac{R_3}{R_1}v_1-\frac{R_3}{R_2}v_2}$$

Veiem que aquest circuit suma dos senyals i els inverteix. Si volèssim implementar una suma utilitzant aquest circuit, podríem afegir un inversor al darrera. Veurem però, un altre circuit que suma sense invertir.

Com que entra corrent per les entrades, si connectem un circuit al davant, la seva sortida es veurà afectada. Si no volem que això passi, podríem intercalar-hi un seguidor.

3.7.5. Amplificador diferencial o substractor



Aquest circuit el podem analitzar de diverses maneres. Una seria tal com ho vam fer amb l'inversor, l'altra per superposició. Ho farem de les dues:

Busquem el corrent:

$$v_p=v_n=v_1, \quad i=\frac{v_2-v_1}{R_1}, \quad i=\frac{v_1-v_o}{R_2}$$

$$\frac{v_2-v_1}{R_1}=\frac{v_1-v_o}{R_2} \rightarrow v_o=v_1+v_1\frac{R_2}{R_1}-v_2\frac{R_2}{R_1} \Rightarrow \boxed{v_o=\left(1+\frac{R_2}{R_1}\right)v_1-\frac{R_2}{R_1}v_2}$$

Si ho analitzem per superposició, tindrem:

Si $v_2=0$, veiem que tenim un no inversor: $v_{o1}=\left(1+\frac{R_2}{R_1}\right)v_1$

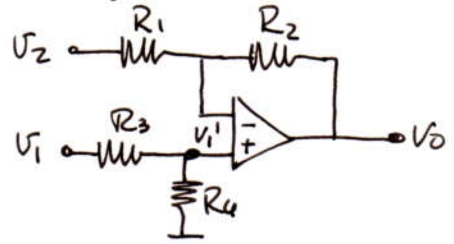
Si $v_1=0$, veiem que tenim un inversor: $v_{o2}=-\frac{R_2}{R_1}v_2$

Així tindrem el mateix que abans:

$$v_o=\left(1+\frac{R_2}{R_1}\right)v_1-\frac{R_2}{R_1}v_2$$

Observem que aquest circuit és composició d'un inversor i un no inversor.

En moltes ocasions ens interessarà tenir una mateixa amplificació per les dues entrades: $A(v_1 - v_2)$ (això seria realment un amplificador diferencial). Amb el circuit anterior no ho podem aconseguir, però li podem fer modificacions per aconseguir-ho.



Busquem primer v_1' i analitzem-ho per superposició.

$$v_1' = \frac{R_4}{R_3+R_4} v_1$$

$v_2 = 0 \Rightarrow$ És un amplificador no inversor amb entrada v_1'.

$$v_{01} = \frac{R_1+R_2}{R_1} v_1' = \frac{R_1+R_2}{R_1} \cdot \frac{R_4}{R_3+R_4} \cdot v_1$$

$v_1 = 0 \Rightarrow$ És un amplificador inversor.

$$v_{02} = -\frac{R_2}{R_1} v_2$$

$$\boxed{v_0 = \frac{R_1+R_2}{R_1} \cdot \frac{R_4}{R_3+R_4} \cdot v_1 - \frac{R_2}{R_1} v_2}$$

Amb aquesta expressió podem aconseguir que l'amplificació de v_1 i v_2 sigui la mateixa imposant:

$$\frac{R_1+R_2}{R_1} \cdot \frac{R_4}{R_3+R_4} = \frac{R_2}{R_1} \Rightarrow \frac{R_1+R_2}{R_2} = \frac{R_3+R_4}{R_4}$$

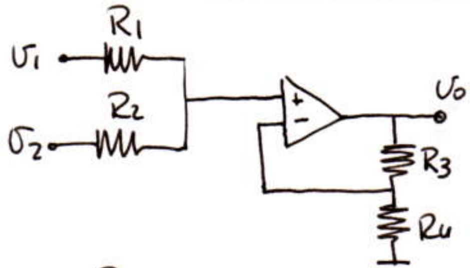
Si aconseguim que les resistències compleixin aquesta condició, aleshores podem escriure:

$$v_0 = \frac{R_2}{R_1}(v_1 - v_2)$$

Si fem totes les resistències iguals, tindrem:

$$v_0 = v_1 - v_2$$

3.7.6. Sumador no inversor



Podrem buscar v_p per superposició:

$$v_2 = 0 \Rightarrow v_{p1} = \frac{R_2}{R_1+R_2} \cdot v_1$$

$$v_1 = 0 \Rightarrow v_{p2} = \frac{R_1}{R_1+R_2} \cdot v_2$$

$$v_n = \frac{R_4}{R_3+R_4} v_0$$

$$v_p = \frac{R_2}{R_1+R_2} v_1 + \frac{R_1}{R_1+R_2} v_2$$

com que es farà el curtcircuit virtual, $v_p = v_n$:

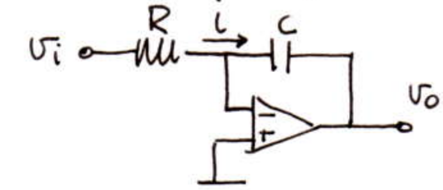
$$\frac{R_2}{R_1+R_2} v_i + \frac{R_1}{R_1+R_2} v_2 = \frac{R_4}{R_3+R_4} v_o$$

$$\boxed{v_o = \left(1+\frac{R_3}{R_4}\right) \frac{1}{R_1+R_2} \left(R_2 v_i + R_1 v_2\right)}$$

En aquest cas el sumador no inverteix, però tenim més resistències que al sumador inversor, i l'amplificació és més sensible a la variació de qualsevol d'elles.

3.7.7. Integrador

Per fer un integrador necessitarem condensadors o bobines.



És com un inversor, però a R_2 hi tenim un condensador.
De moment veurem la funció que fa, quan vegem condensadors i bobines ho estudiarem millor.

Recordem que:

$i = C \frac{dv_c}{dt}$ en el condensador la intensitat és la derivada de la tensió.

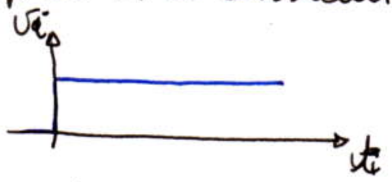
$$v_p = v_n = 0 \Rightarrow i = \frac{v_i}{R}$$

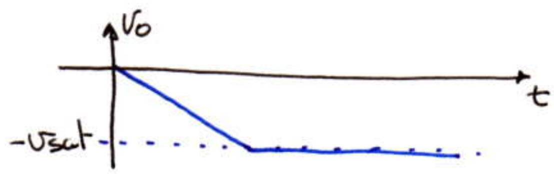
$$i = -\frac{dv_o}{dt} \cdot C$$

$$\frac{v_i}{R} = -\frac{dv_o}{dt} \cdot C$$ per aïllar v_o haurem de fer la integral.

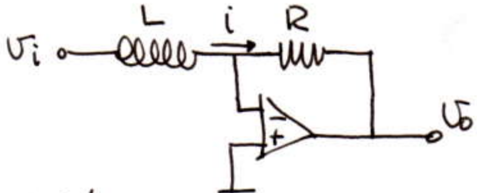
$$\boxed{v_o = -\frac{1}{RC}\int_{-\infty}^{t} v_i(t)\,dt}$$

Així doncs la sortida serà la integral de l'entrada. Així, si p.ex. v_i és constant:





La integral d'una constant seria una recta. Quan arribi a valer $-v_{sat}$, ja no podrà baixar més, i valdrà sempre $-v_{sat}$.
També podríem fer un integrador amb una bobina si ens interessés:



Recordem que:

$$v = L\frac{di}{dt} \Rightarrow i = \frac{1}{L}\int_{-\infty}^{t} v(t)\,dt$$

$$v_p = v_n = 0$$

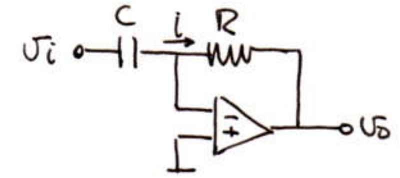
$$i = \frac{1}{L}\int_{-\infty}^{t} v_i(t)\,dt$$

$$i = -\frac{v_o}{R}$$

$$\frac{1}{L}\int_{-\infty}^{t} v_i(t)\,dt = -\frac{v_o}{R} \Rightarrow \boxed{v_o = -\frac{R}{L}\int_{-\infty}^{t} v_i(t)\,dt}$$

3.7.8. Derivador

Amb condensadors i bobines també podrem fer derivadors.

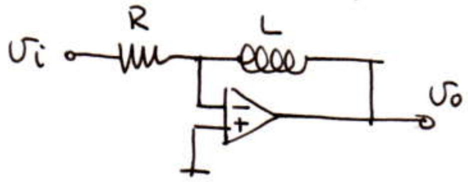


$v_p = v_n = 0$

$$\left.\begin{aligned} i &= C\frac{dv_i}{dt} \\ i &= -\frac{v_o}{R} \end{aligned}\right\} \quad C\frac{dv_i}{dt} = -\frac{v_o}{R}$$

$$\boxed{v_o = -RC\frac{dv_i}{dt}}$$

També el podrem fer amb una bobina:



$v_p = v_n = 0$

$v = L \cdot \frac{di}{dt} \Rightarrow i = \frac{1}{L}\int_{-\infty}^{t} v(t)\,dt$

$$\left.\begin{aligned} i &= \frac{v_i}{R} \\ i &= -\frac{1}{L}\int_{-\infty}^{t} v_o(t)\,dt \end{aligned}\right\} \quad \frac{v_i}{R} = -\frac{1}{L}\int_{-\infty}^{t} v_o(t)\,dt$$

derivant els dos membres:

$$\boxed{v_o = -\frac{L}{R}\,\frac{dv_i}{dt}}$$

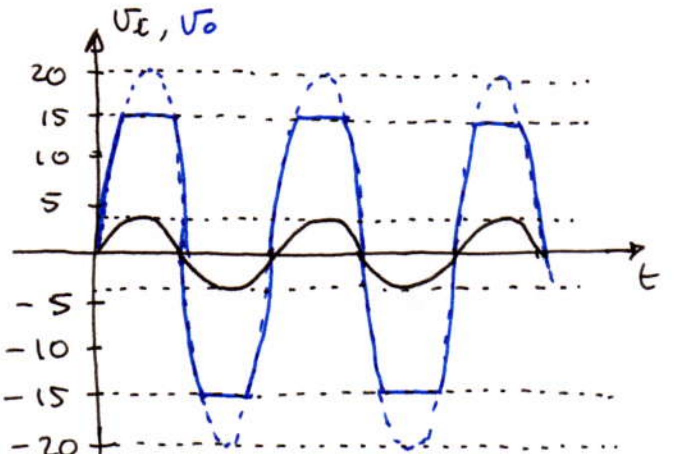
3.8. SATURACIÓ QUAN ES TREBALLA EN ZONA LINIAL

Encara que un circuit treballi en Z.L. pot passar que si l'entrada es fa gran, la sortida sigui massa gran i quedi retallada a $+v_{sat}$ o $-v_{sat}$. Quan això passa, durant aquest temps, la sortida es saturada i no es produirà el c.c. virtual.

Suposem un amplificador no inversor amb $K=5$ i una entrada sinusoidal $v_i = 4\sin t$. La sortida seria:

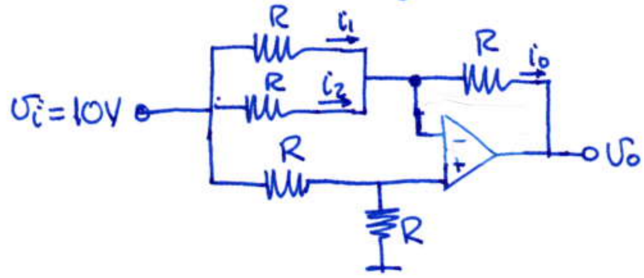
$v_o = 5 \cdot v_i = 20\sin t$

Gràficament tindríem:



A la sortida no veurem un sinus complert, tal com esperaríem, la part que passaria de $\pm v_{sat}$ (en aquest cas hem agafat ± 15), quedaria retallada, tal com es veu al gràfic. Això passarà sempre que la sortida vulgui superar $\pm v_{sat}$.

Ex: Analitzar el següent circuit



Sembla que podria treballar en Z.L, però si tenim dubtes farien el test de linealitat.

$v_p = \frac{v_i}{2}$; $v_n \Rightarrow$ fem un KCL, $i_0 = i_1 + i_2$

$$\frac{v_n - v_0}{\cancel{R}} = \frac{v_i - v_n}{\cancel{R}} + \frac{v_i - v_n}{\cancel{R}} \Rightarrow v_n - v_0 = v_i - v_n + v_i - v_n$$

$$3v_n = 2v_i + v_0 \Rightarrow v_n = \frac{2v_i + v_0}{3}$$

Ara que ja tenim v_p i v_n, podem fer el test de linealitat.

Suposem $v_i = 0 \Rightarrow v_p = \frac{v_i}{2} = 0$, $v_n = \frac{2v_i + v_0}{3} = \frac{v_0}{3}$

$$\left.\begin{array}{l} v_0 = +v_{sat} \Rightarrow v_p - v_n > 0 \rightarrow 0 - \frac{v_{sat}}{3} < 0 \Rightarrow v_0 = -v_{sat} \rightarrow NO \\ v_0 = -v_{sat} \Rightarrow v_p - v_n < 0 \rightarrow 0 + \frac{v_{sat}}{3} > 0 \Rightarrow v_0 = v_{sat} \rightarrow NO \end{array}\right\} \text{incoherent}$$

$$v_0 = 0 \Rightarrow v_p - v_n = 0 \rightarrow 0 + 0 = 0 \Rightarrow v_0 = 0 \longrightarrow CERT$$

Això vol dir que aquest circuit treballa en Z.L., i per tant el podem analitzar fent el c.c. virtual.

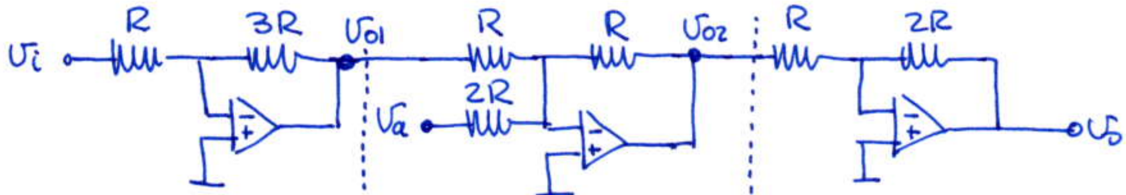
Havíem trobat v_p i v_n, i ara posarem $v_i = 10$:

$$v_p = \frac{v_i}{2} = \frac{10}{2} = 5$$

$$v_n = \frac{2v_i + v_0}{3} = \frac{2 \cdot 10 + v_0}{3} = \frac{20 + v_0}{3}$$

$$\left\{\begin{array}{l} v_p = v_n \\ 5 = \frac{20 + v_0}{3} \rightarrow 15 = 20 + v_0 \\ \boxed{v_0 = -5} \end{array}\right.$$

Ex: 4.13 llibre amb altres valors. Anàlisi d'un circuit amb 3 AO's en cascada



Inversor

$$v_0 = -\frac{R_2}{R_1} v_i$$

$$v_{01} = -\frac{3R}{R} \cdot v_i$$

$$v_{01} = -3v_i$$

Sumador inversor

$$v_0 = -\frac{R_3}{R_1} v_1 - \frac{R_3}{R_2} \cdot v_2$$

$$v_{02} = -\frac{R}{R} v_{01} - \frac{R}{2R} \cdot v_a$$

$$v_{02} = -(-3v_i) - \frac{1}{2} v_a$$

$$v_{02} = 3v_i - \frac{v_a}{2}$$

Inversor

$$v_0 = -\frac{R_2}{R_1} v_i$$

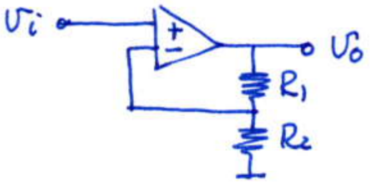
$$v_0 = -\frac{2R}{R} \cdot v_{02}$$

$$v_0 = -2\left(3v_i - \frac{v_a}{2}\right)$$

$$\boxed{v_0 = v_a - 6v_i}$$

Ex: 4.14 llibre. Exercici de disseny. Dissenyar un circuit que tingui un guany de +1000.

→ Solució amb 1 A.O: Podríem fer un no inversor.



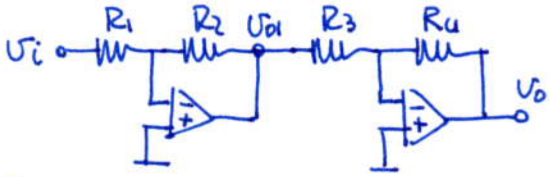
Volem $v_o = 1000\, v_i$

$$v_o = \left(1+\frac{R_1}{R_2}\right) v_i \Rightarrow 1+\frac{R_1}{R_2} = 1000$$

$$R_1 = 999 R_2$$

Veiem que el guany és molt gran, i vam veure que en aquests casos, l'AO no es comportava com el model ideal. Provem un disseny amb més A.O.

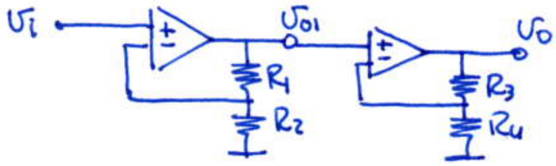
→ Solució amb 2 A.O: Podem utilitzar dos inversors o dos no inversors.



$$v_{o1} = -\frac{R_2}{R_1} v_i$$

$$v_{o2} = -\frac{R_4}{R_3} v_{o1} = \frac{R_4}{R_3}\cdot\frac{R_2}{R_1} v_i$$

$$\frac{R_4}{R_3}\cdot\frac{R_2}{R_1} = 1000 \Rightarrow \text{Podem fer p.ex: } \frac{R_4}{R_3} = 50 \text{ i } \frac{R_2}{R_1} = 20$$



$$v_{o1} = \left(1+\frac{R_1}{R_2}\right) v_i$$

$$v_o = \left(1+\frac{R_3}{R_4}\right) v_{o1} = \left(1+\frac{R_3}{R_4}\right)\left(1+\frac{R_1}{R_2}\right) v_i$$

$$\left(1+\frac{R_3}{R_4}\right)\left(1+\frac{R_1}{R_2}\right) = 1000 \Rightarrow \text{Podem fer p.ex: } \frac{R_3}{R_4} = 49 \text{ i } \frac{R_1}{R_2} = 20$$

Podríem fer encara altres dissenys amb 3 AO's, per exemple 3 no inversor o 2 inversors i un no inversor. En aquests casos, cada amplificador tindria un guany de 10. L'AO treballaria millor, però tindríem més complexitat al circuit.

Hem de tenir en compte també que en els A.O's, el producte del guany per l'ample de banda és fixe. Si el guany és molt elevat, voldrà dir que l'ample de banda serà petit i això implicarà que només podrem fer servir senyals de baixa freqüència.

Per tant, tenim ja dos motius per no fer servir un sol AO amb molt guany i utilitzar més etapes, cadascuna amb menys guany.

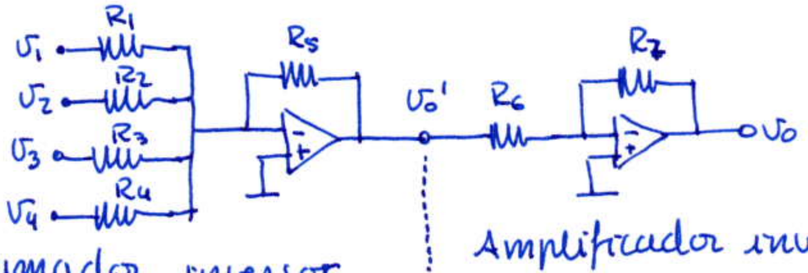
Ex: 4.3.7. llibre amb valors modificats.

Dissenyar un circuit que: $v_0 = 8v_1 + 4v_2 + 2v_3 + v_4$

Hi haurà més d'una opció:

→ Sumador inversor + inversor:

Posarem primer un sumador inversor de 4 entrades. Per canviar el signe, afegirem un inversor.



Sumador inversor

Amplificador inversor

$$v_0 = -\frac{R_7}{R_6} v_0'$$

Si $R_7 = R_6 \Rightarrow v_0 = -v_0'$

$i_1 + i_2 + i_3 + i_4 = i_5$

$$\frac{v_1}{R_1} + \frac{v_2}{R_2} + \frac{v_3}{R_3} + \frac{v_4}{R_4} = -\frac{v_0'}{R_5} \rightarrow v_0' = -R_5\left(\frac{v_1}{R_1} + \frac{v_2}{R_2} + \frac{v_3}{R_3} + \frac{v_4}{R_4}\right)$$

$$v_0 = \frac{R_5}{R_1} v_1 + \frac{R_5}{R_2} v_2 + \frac{R_5}{R_3} v_3 + \frac{R_5}{R_4} v_4$$

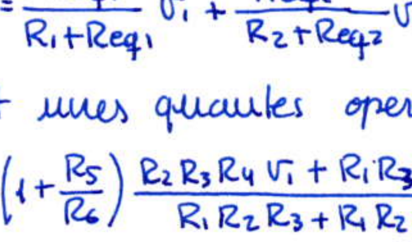
Perquè tinguem l'expressió demanada:

$$\frac{R_5}{R_1} = 8 \ , \ \frac{R_5}{R_2} = 4 \ , \ \frac{R_5}{R_3} = 2 \ , \ \frac{R_5}{R_4} = 1$$

$R_1 = 1K$, $R_2 = 2K$, $R_3 = 4K$, $R_4 = R_5 = 8K$

Veiem que és fàcil d'analitzar, però en canvi, tenim pocs graus de llibertat per les resistències i necessitem dos A.O's.

→ Sumador no inversor:



$$v_0 = \left(1 + \frac{R_5}{R_6}\right) v_P$$

Buscarem v_P per superposició.

$R_{eq1} = R_2 /\!/ R_3 /\!/ R_4$ $\quad R_{eq2} = R_1 /\!/ R_3 /\!/ R_4$

$R_{eq3} = R_1 /\!/ R_2 /\!/ R_4$ $\quad R_{eq4} = R_1 /\!/ R_2 /\!/ R_3$

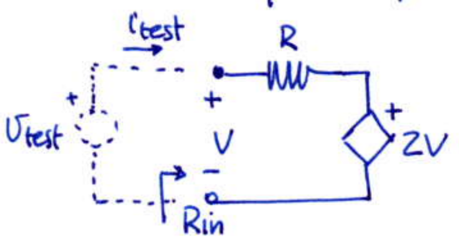
$$v_P = \frac{R_{eq1}}{R_1 + R_{eq1}} v_1 + \frac{R_{eq2}}{R_2 + R_{eq2}} v_2 + \frac{R_{eq3}}{R_3 + R_{eq3}} v_3 + \frac{R_{eq4}}{R_4 + R_{eq4}} v_4$$

Fent unes quantes operacions trobaríem:

$$v_0 = \left(1 + \frac{R_5}{R_6}\right) \frac{R_2 R_3 R_4 v_1 + R_1 R_3 R_4 v_2 + R_1 R_2 R_4 v_3 + R_1 R_2 R_3 v_4}{R_1 R_2 R_3 + R_1 R_2 R_4 + R_1 R_3 R_4 + R_2 R_3 R_4}$$

Ara tenim un sol A.O. i molts més graus de llibertat, però en canvi és força més complexe d'analitzar.

Ex: Circuit que representa una resistència negativa



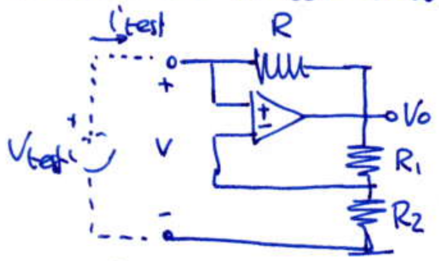
Necessitem un circuit actiu (entregarà energia).

Mirem com es comporta aquest circuit calculant la seva resistència d'entrada

$$i = \frac{V-2V}{R} = \frac{-V}{R};\ R_{in} = \frac{v_{test}}{i_{test}} = \frac{V}{i} = \frac{V}{\frac{V-2V}{R}} = \frac{V}{-V}\cdot R = -R$$

Veiem que aquest circuit té una resistència d'entrada negativa. Això vol dir que la potència és negativa i que entrega energia. Es podria construir aquest circuit? Només amb resistències segur que no, però amb elements actius sí que es podria, amb un AO per exemple.

Aquí tenim una font controlada que amplifica per 2 (podria ser un Amplificador no inversor), però amb una R entre l'entrada i la sortida. Provem de fer això.



Per anar bé hauríem de fer el test de linealitat i comprovar que realment funciona en Z.L.

$v_p = V \quad v_n = \frac{R_2}{R_1+R_2} v_o$

Fem les hipòtesis: $V=0 \Rightarrow V_p = 0$

$v_o = v_{sat} \Rightarrow v_p > v_n$ i tenim $v_n > v_p \Rightarrow$ NO

$v_o = -v_{sat} \Rightarrow v_p < v_n$ i tenim $v_p > v_n \Rightarrow$ NO

$v_o = 0 \Rightarrow v_p = v_n \Rightarrow V_o = 0 \Rightarrow$ SI

Treballa en Z.L.

Ara hauríem de buscar R_{in} i comprovar si val $-R$:

$$v_{test} = v_p \qquad v_p = v_n \Rightarrow v_{test} = \frac{R_2}{R_1+R_2} v_o \Rightarrow v_o = \frac{R_1+R_2}{R_2} v_{test}$$

$$v_n = \frac{R_2}{R_1+R_2} v_o \qquad i_{test} = \frac{v_{test}-v_o}{R} = \frac{v_{test} - \frac{R_1+R_2}{R_2} v_{test}}{R} = \frac{-\frac{R_1}{R_2} v_{test}}{R} = -\frac{R_1 v_{test}}{R_2 \cdot R}$$

$$R_{in} = \frac{v_{test}}{i_{test}} = \frac{\cancel{v_{test}}}{-\frac{R_1 \cancel{v_{test}}}{R_2\cdot R}} = -\frac{R_2}{R_1}\cdot R$$

Si fem $R_1 = R_2$ aconseguirem el nostre objectiu: $\boxed{R_{in} = -R}$

Veiem que hem trobat un circuit que es comporta com una resistència negativa. Si mai en necessitéssim una, podríem posar aquest circuit en el seu lloc.