

Final examination

June 19, 2023

Signals and systems - iTIC Degree

150 MINUTES

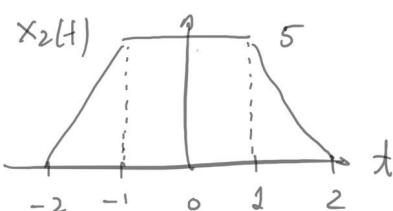
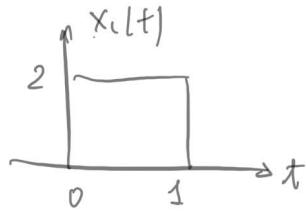
FAMILY NAME:

GIVEN NAME:

ENROLLMENT GROUP:

Question 1 [1 point]. Convolution: Graphical method

Consider the following signals $x_1(t)$ and $x_2(t)$.



- a) Compute the convolution $y(t) = x_1(t) * x_2(t)$ only at integer instant times, i.e $t = \{\dots, -1, 0, 1, \dots\}$.

--

Question 2 [2 points]. Fourier Transform (FT)

Consider the FT $e^{j2\pi f_o t} \rightarrow \delta(f - f_0)$ and $\Pi(\frac{t}{T}) \rightarrow T\text{sinc}(Tf)$, and the signals $x_1(t) = \cos(2\pi f_0 t)$, with $f_0 = 1 \text{ kHz}$, and $x_2(t) = \Pi(\frac{t}{T})$, with $T = 5 \text{ ms}$.

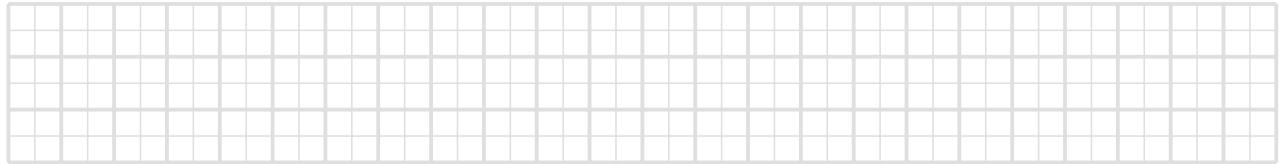
- a) Draw as accurate as possible $y_1(t) = x_1(t) \times x_2(t)$.

--

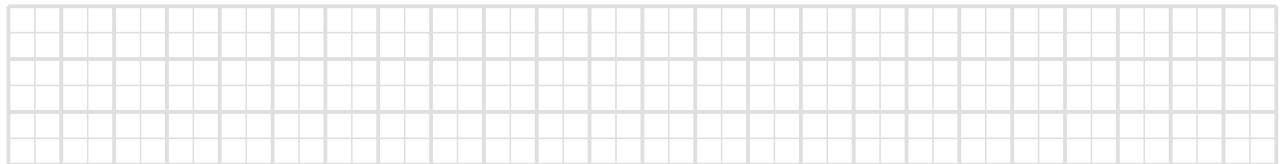
- b) Draw as accurate as possible $Y_1(f)$.

--

c) Draw as accurate as possible the FT $Y_2(f)$ of $y_2(t) = x_1(t) * x_2(t)$.



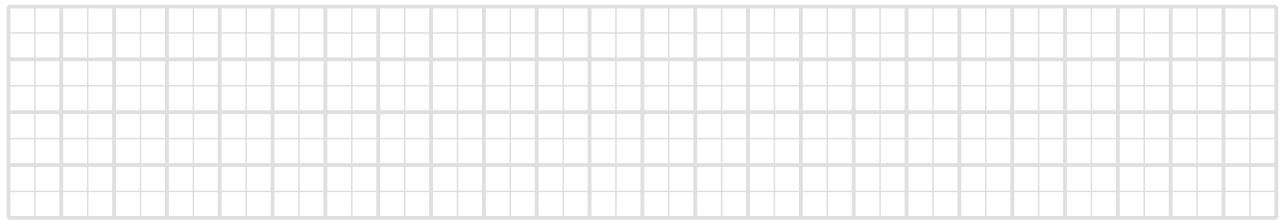
d) Draw as accurate as possible $y_2(t)$.



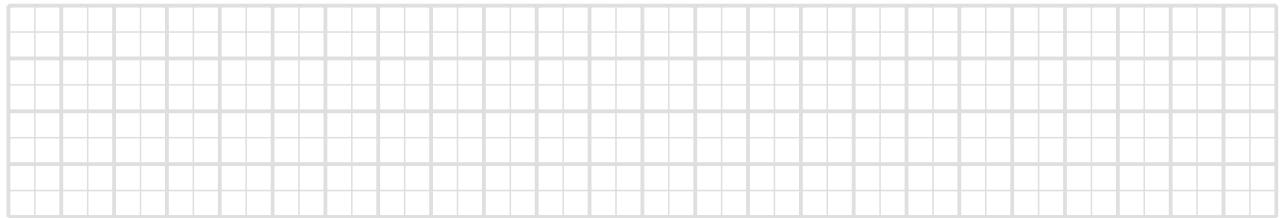
Question 3 [3 points]. *Signal to Noise Ratio (SNR) and Equivalent Noise Bandwidth (B_N)*

Consider a signal $s(t)$ with the power spectral density $G_s(f) = 10^{-6}\Pi\left(\frac{f}{2B_s}\right)$ W/Hz with white noise with the power spectral density $G_n(f) = 10^{-10}$ W/Hz.

a) Choose an ideal filter that preserves the signal and maximizes the SNR_{ideal} at its output.

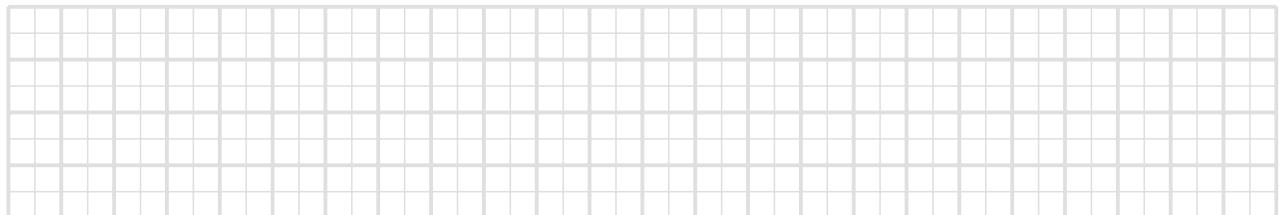


b) Compute SNR_{ideal} in dB at the output of this ideal filter.



The equivalent noise bandwidth of an n -order Butterworth filter is $B_{N1}(n) = B \frac{\pi}{2n \sin(\frac{\pi}{2n})}$ Hz, where B is the -3 dB bandwidth in Hz.

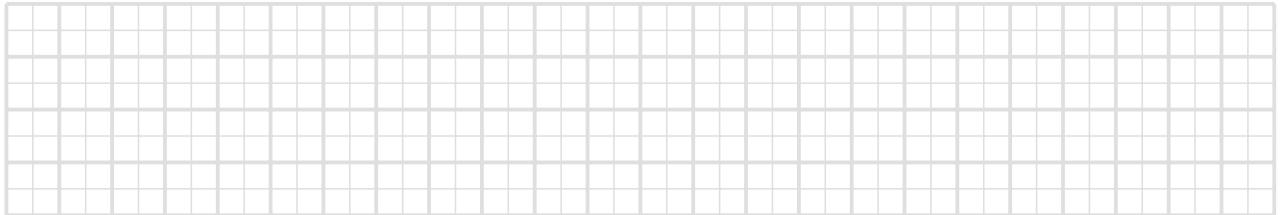
a) Which order n must be chosen so that the SNR_1 at the output of this filter worsens by less than 1dB, compared with SNR_{ideal} ?¹



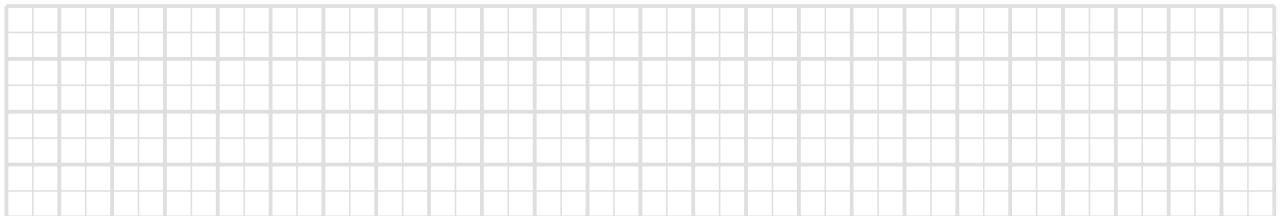
¹When dealing with the signal, consider that in the -3 dB bandwidth the filter is flat.

Consider now a different filter with $|H_2(f)|^2 = 3$ for $|f| < B_2$, $|H_2(f)|^2 = 3 - \frac{3}{8B_2}(|f| - B_2)$ for $B_2 < |f| < 9B_2$ and $|H_2(f)|^2 = 0$ for $|f| > 9B_2$.

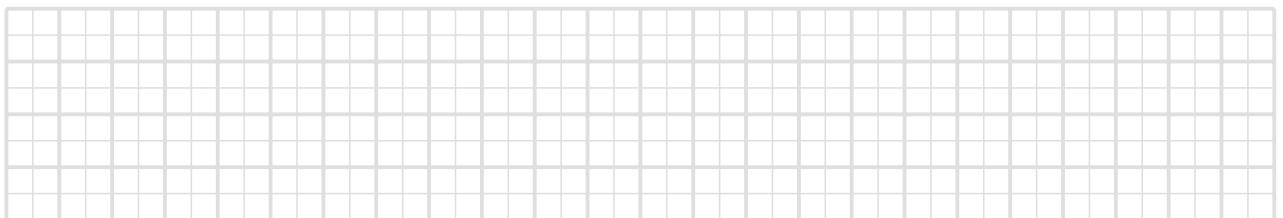
- a) Draw $|H_2(f)|^2$.



- b) Compute the equivalent noise bandwidth B_{N2} .

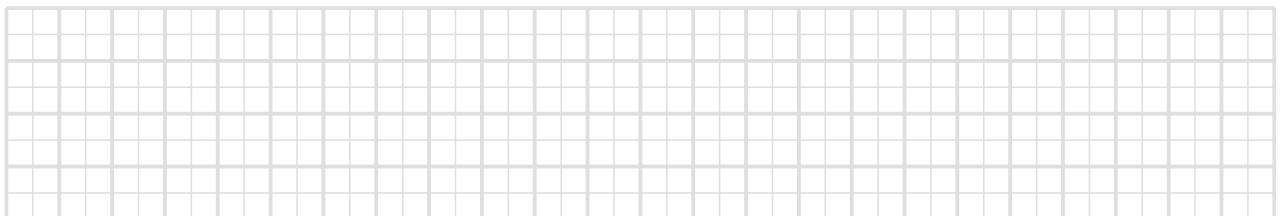


- c) Choose the value of B_2 that maximizes SNR_2 at the output of the filter $H_2(f)$. Compute SNR_2 and compare it with SNR_{ideal} .

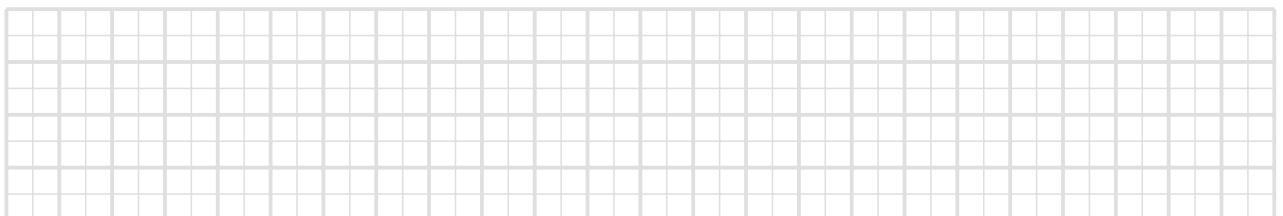


Finally, consider a filter with $|H_3(f)| = \sqrt{B_s^2 - f^2}$ for $|f| < B_s$ and zero otherwise.

- a) Draw $|H_1(f)|$.



- b) Compute the equivalent noise bandwidth B_{N3} .



c) Compute the SNR_3 at the output of the filter $H_3(f)$ and compare it with SNR_{ideal} .

Question 4 [4 points]. Noise Factor (F) and Noise Figure (NF)

a) Mark the true sentence/sentences.

- F is proportional to the noise equivalent bandwidth B_N of the two-port network
- F is inversely proportional to the noise equivalent bandwidth B_N of the two-port network
- F is proportional to the gain G of the two-port network
- F is inversely proportionally to the gain G of the two-port network
- None of the previous answers is true.

b) Regarding the parameters F and NF of two-port networks, mark the true sentence/sentences.

- F and NF use the same units
- If $F = 10$ then $NF = 10$
- NF may take negative values
- F takes values between 0 and 1
- None of the previous answers is true.

c) Consider the equivalent noise factor F_{eq} of a cascade connection of three two-port networks, the first with F_1 , G_1 and B_{N1} , the second with F_2 , G_2 and B_{N2} , and the last with F_3 , G_3 and B_{N3} . Regarding the Friis formula for noise, mark the true sentence/sentences.

- To compute F_{eq} we don't need F_3
- To compute F_{eq} we don't need G_3
- To compute F_{eq} we don't need B_{N3}
- None of the previous answers is true.

d) Consider the cascade connection of two two-port amplifiers, the first with F_1 and the second with F_2 . Mark the true sentence/sentences.

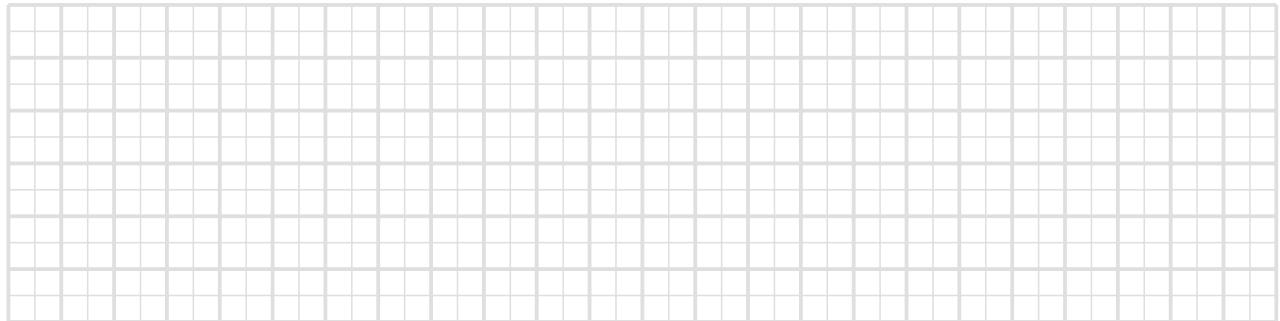
- The equivalent noise factor F_{eq} is greater than F_1
- The equivalent noise factor F_{eq} is greater than F_2
- The equivalent noise factor F_{eq} is greater than $F_1 + F_2$
- The most critical stage is the last one
- Sometimes the last stage is called *low noise amplifier*
- None of the previous answers is true.

Question 5 [5 points]. El receptor superheterodí usat en ràdio comercial FM

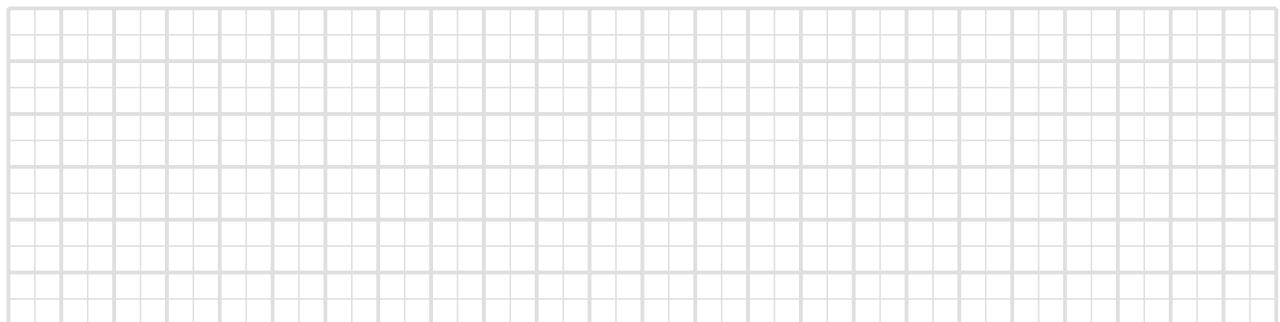
L'espectre de la ràdio comercial FM està format per 100 canals a intervals de 200 kHz. El primer d'aquests canals es troba centrat a la freqüència de 88.1 MHz i el darrer a 107.9 MHz. Cadascun d'aquests canals consisteix en una portadora a la qual se li ha aplicat una modulació FM amb un senyal d'àudio d'amplada de banda $B = 15$ kHz i amplitud màxima $A = 1$ V, usant $k_f = 75$ kHz/V.

Aquest senyal es recupera usant un receptor superheterodí de freqüència intermèdia $f_{FI} = 10.7$ MHz. Aquest receptor usa una freqüència variable per a traslladar el canal desitjat a la f_{FI} . Un cop el senyal a freqüència intermèdia, s'aplica un filtrat efectiu abans de realitzar la desmodulació FM.

- a) Useu la regla de Carson per tal de determinar l'amplada de banda de cada canal. Quina és l'espai buit entre dos canals? Dibuixeu la plantilla corresponent al pas-banda necessari per a separar un canal (per exemple el centrat a 107.7 MHz) dels altres si s'especifica que l'atenuació de la banda de pas ha de ser menor que 3 dB i l'atenuació en la banda de rebuig superior a 20 dB. Dividiu la freqüència central del darrer canal per l'espai buit entre canals (a major valor, major dificultat per a realitzar el filtre).



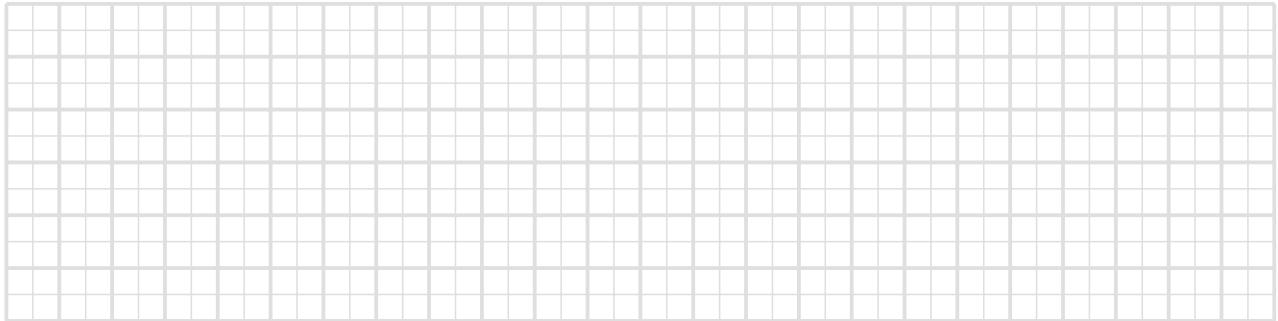
- b) Calculeu la freqüència de l'oscil·lador (la major de les dues possibles) usat per a traslladar el primer canal, centrat a 88.1 MHz, a f_{FI} . Determineu amb precisió on comença i on acaba la freqüència imatge f_{Image} d'aquest canal.



- c) Calculeu la freqüència de l'oscil·lador (la major de les dues possibles) usat per a traslladar el darrer canal, centrat a 107.9 MHz, a f_{FI} . Determineu amb precisió on comença i on acaba la freqüència imatge f_{Image} d'aquest canal.



- d) Considereu ara la freqüència imatge corresponent a la totalitat del canals. On comença i on acaba? Dibuixeu la plantilla corresponent al pas-baix necessari per a eliminar la f_{Image} si s'especifica que l'atenuació de la banda de pas ha de ser menor que 3 dB i l'atenuació en la banda de rebuig superior a 20 dB. Dividiu la freqüència central del darrer canal per l'espai buit entre el final de l'espectre de ràdio i la f_{Image} .



- e) Un cop heu traslladat el canal seleccionat a f_{IF} , dibuixeu la plantilla corresponent al pas-banda necessari per separar el canal seleccionat dels altres si s'especifica que l'atenuació de la banda de pas ha de ser menor que 3 dB i l'atenuació en la banda de rebuig superior a 20 dB. Dividiu la freqüència central, en aquest cas f_{IF} , per l'espai buit entre canals. Compareu aquest valor amb el de l'apartat a).



- f) Què passaria si volguéssim facilitar la construcció del filtre anterior disminuint f_{IF} ? Podeu calcular la f_{Image} corresponent al primer canal, centrat a 88.1 MHz, si uséssim una $f_{FI} = 9.9$ MHz.



Draft area

