

# Oscil·lador digital

## Implementació d'un oscil·lador digital sinusoidal

Jordi Bonet i Dalmau

Novembre de 2012

A partir de les nocions que tenim sobre el disseny elemental de filtres, construirem un oscil·lador digital usant una  $H(z)$  amb un parell de pols complexos conjugats de mòdul igual (o superior) a 1.

### 1 La resposta impulsional a un parell de pols complexos conjugats

La resposta impulsional d'una funció de xarxa amb un parell de pols complexos conjugats és un senyal sinusoidal de freqüència igual a la fase dels pols. En particular si

$$p = e^{\pm j\omega_0} \quad (1)$$

aleshores

$$h(n) = A \sin((n+1)\omega_0)u(n). \quad (2)$$

*Previ 1.* Llegiu el capítol 4.5.7 del *Proakis* en el qual es descriu com dissenyar un oscil·lador digital sinusoidal basat en aquesta idea. Feu atenció als parèntesi de les expressions (especialment als que no apareixen).

*Previ 2.* Calculeu analíticament la resposta d'un oscil·lador com el descrit al *Proakis* quan els pols tenen mòdul  $r$ , en general diferent d'1:

$$p = re^{\pm j\omega_0}. \quad (3)$$

*Previ 3.* Observeu que quan  $r < 1$  la resposta sinusoidal és esmorteïda: l'amplitud de l'oscil·lació decreix de forma exponencial. Calculeu analíticament la durada del transitori definida com l'instant de temps ( $n$ ) en què l'amplitud de l'oscil·lació és 100 cops menor que a l'inici. Particularitzeu el resultat anterior per a  $r = 0.9$ ,  $r = 0.99$  i  $r = 0.999$ .

*Previ 4.* Implementeu un oscil·lador de freqüència  $F_0 = 600$  Hz usant l'Octave. Considereu el cas general en què  $r \neq 1$  (cal que  $r$  sigui un paràmetre). Ajudeu-vos de la funció *filter.m*. Podeu considerar una freqüència de mostreig  $F_m = 44.1$  kHz.

## 2 Estable, marginalment estable o inestable?

Sobre el paper, un oscil·lador, tant si és analògic com digital, es podria construir usant un circuit o estructura marginalment estable, que en el cas digital equival a que els pols tinguin mòdul unitat,  $r = 1$ . Però les no idealitats del circuit o estructura fan que a la pràctica observem un comportament estable o inestable. En el cas digital aquestes no idealitats corresponen al fet que els càlculs es realitzen amb una precisió més (en el cas de l'Octave executat en un ordinador) o menys (en el cas d'usar una FPGA o un microcontrolador) gran, però sempre finita.

Aquest tema es resol forçant un comportament inestable i activant algun mecanisme que limiti la creixent amplitud de l'oscil·lació. En el cas dels circuits analògics aquesta limitació ve imposada per la tensió d'alimentació, la qual fixa la tensió de saturació dels elements actius del circuit. En el cas digital aquesta limitació la realitzarem de la següent forma: si la nova mostra supera un llindar, canviem el valor d'aquesta nova mostra a la del llindar.

*Tasca 1.* Utilitzeu l'arxiu del [Previ 4](#) amb diferents valors d' $r$  per tal d'observar diferents comportaments: comportament estable, marginalment estable i inestable. Visualitzeu i escolteu el senyal generat. Quan el comportament és inestable hi ha algun tipus de saturació? Observeu el comportament marginalment estable?

*Tasca 2.* Modifiqueu l'arxiu anterior per tal d'implementar un oscil·lador inestable amb limitació d'amplitud. Canvia la freqüència d'oscil·lació? Depèn del valor d' $r$ ?

## 3 Implementació amb un microcontrolador

Un microcontrolador no està ideat per a implementar el filtrat de senyals. Malgrat això, podem pensar en superar alguna de les restriccions que ens imposa un microcontrolador. Així, les operacions que intervenen en el filtrat estan limitades pel valor dels coeficients que intervenen en el filtrat. Idealment les operacions consistents en multiplicar o dividir per potències de dos serien molt interessants. A la pràctica això limita enormement el tipus de filtre a utilitzar, ja que per a *gaudir* d'uns coeficients de valor apropiat necessitem escollir adequadament paràmetres, com la freqüència de mostreig  $F_m$ , en la tria dels quals no sempre tenim la flexibilitat que desitjem. Tot plegat fa que la implementació de filtres funcionals en un microcontrolador necessiti d'una bona dosi d'artesania i quedi restringida a casos il·lustratius.

*Previ 5.* Utilitzeu la placa *Arduino* per a generar un senyal sinusoidal usant l'estratègia empleada anteriorment: la utilització d'un filtre amb un sinus com a resposta impulsional. Teniu llibertat per a triar la freqüència de l'oscil·lador  $F_0$  i la freqüència de mostreig  $F_m$ , en aquest cas, la freqüència d'actualització del senyal PWM.

*Tasca 3.* Verifiqueu la funcionalitat de l'oscil·lador. Pregunteu-vos l'efecte que té el fet d'usar una freqüència de PWM que no és múltiple de  $F_m$  en la fluctuació, o *jitter*, de la freqüència d'oscil·lació.