

Transformada z

1. Calculeu la funció de transferència $H(z)=Y(z)/X(z)$ dels sistemes definits per:

a) $y(n)-4y(n-1)+4y(n-2)=x(n)-x(n-1)$

b) $y(n)=[x(n+1) + x(n) + x(n-1)] / 3$

2. Expresseu la transformada z de

$$y(n) = \sum_{k=-\infty}^n x(k)$$

en funció de $X(z)$. [Suggeriment: calculeu la diferència $y(n)-y(n-1)$].

3. Calculeu la transformada z dels següents senyals i dibuixeu el seu diagrama de pols i zeros:

a) $x(n)=(a^n+a^{-n}) u(n)$, a real

b) $x(n)=(-1)^n 2^{-n} u(n)$

c) $x(n)=(1/4)^n u(n+4)$

d) $x(n)=(1+n)u(n)$

4. Determineu tots els possibles senyals $x(n)$ associats amb la transformada z

$$X(z) = \frac{5z^{-1}}{(1-2z^{-1})(3-z^{-1})}$$

5. Determineu la resposta a l'esglaió unitari dels següents sistemes, indicant els components lliure i forçat a la sortida. Comproveu també si els sistemes són estables.

a) $y(n) = \frac{3}{4} y(n-1) - \frac{1}{8} y(n-2) + x(n)$

b) $y(n) = y(n-1) - 0.5 y(n-2) + x(n) + x(n-1)$

6. Demostreu que els següents sistemes són equivalents:

a) $y(n) = 0.2y(n-1) + x(n) - 0.3x(n-1) + 0.02x(n-2)$

b) $y(n) = x(n) - 0.1x(n-1)$

7. Es vol dissenyar un sistema lineal, invariant en el temps i causal, tal que la resposta a l'entrada

$$x(n) = \left(\frac{1}{2}\right)^n u(n) - \frac{1}{4} \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} u(n-1)$$

sigui

$$y(n) = \left(\frac{1}{3}\right)^n u(n)$$

- Determineu la resposta impulsional $h(n)$ i la funció $H(z)$ d'un sistema que satisfaci aquestes condicions.
- Trobeu l'equació en diferències que caracteritza el sistema.
- Proposeu una realització del sistema que requereixi la mínima quantitat possible de memòria (mínim nombre de retards).
- Determineu si el sistema és estable.