UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA
BARCELONATECH
Escola Politècnica Superior d'Enginyeria de Manresa

Prova Final

20 de gener de 2025 | Processament Digital del Senyal - grau iTIC | 120 minuts

COGNOMS:

NOM:

SUBGRUP:

Les preguntes d'elecció múltiple es ponderen de tal manera que totes les opcions correctes tenen el mateix pes, totes les opcions incorrectes tenen el mateix pes i si es responen totes les opcions s'obté una qualificació de zero.

Exercici 1 [2 punts]. *Forma directa I i II*

Considereu el filtre caracteritzat per $y(n) = -\frac{1}{4}y(n-1) + \frac{1}{8}y(n-2) + 4x(n) + 7x(n-1) - 2x(n-2)$

a) Determineu la seva estabilitat

b) Implementeu-lo en la seva *forma directa I*

c) Implementeu-lo en la seva *forma directa II*

d) Compareu el nombre d'elements de retard, de multiplicadors (per un coeficient) i de sumadors (de dues entrades) de les dues implementacions anteriors.

Exercici 2 [2 punts]. *Elecció múltiple*

Per a les següents preguntes considereu una entrada $x(n)$ que excita el filtre definit per $H(z) = \frac{5}{1+\frac{1}{3}z^{-1}}$, amb sortida $y(n)$.

a) Quin és el valor d'$y(1)$ quan $x(n) = \delta(n)$?

- ○ -3
- ○ 5
- ○ $\frac{3}{5}$
- ○ $-\frac{5}{3}$
- ○ Cap dels anteriors

b) El filtre es pot obtenir a partir de:

- ○ $h(n) = -5(\frac{1}{3})^n u(n)$
- ○ $h(n) = 5(-\frac{1}{3})^n u(n)$
- ○ $y(n) = \frac{1}{3}y(n-1) - 5x(n)$
- ○ $y(n) = -\frac{1}{3}y(n-1) + 5x(n)$
- ○ $H(z) = \frac{15z}{3z+1}$
- ○ $H(z) = \frac{15z}{3z-1}$

Exercici 3 [5 punts]. *Elecció múltiple*

Per a les següents preguntes considereu el senyal $x(t) = \cos(2\pi F_a t)$, que mostrejat a F_s dona lloc a l'entrada $x(n)$ que excita el filtre definit per $H(z) = (1 - z^{-1})(1 - 2\cos(\frac{\pi}{5})z^{-1} + z^{-2})$, amb sortida $y(n)$.

a) Quina de les següents afirmacions és certa?

- ○ El filtre és de tipus FIR
- ○ El filtre és una combinació de banda eliminada i pas alt
- ○ La resposta impulsional del filtre és finita
- ○ Cap de les anteriors

b) En relació a l'amplitud A del senyal sinosoïdal que apareixerà a la sortida, quina de les següents afirmacions és certa en règim permanent sinusoïdal (RPS)?

- ○ El valor màxim d'A es produeix a la freqüència $F_a = \frac{F_s}{2}$
- ○ El valor màxim d'A és superior a 7
- ○ El valor mínim d'A és $2 * (2 + 2 * \cos(\frac{\pi}{5}))$
- ○ Cap de les anteriors

c) Si $F_s = 10\,\text{kHz}$ i $F_a = 1\,\text{kHz}$, quina serà l'amplitud A del senyal sinosoïdal que apareixerà a la sortida en RPS?

- ○ $A = 0$
- ○ $0 < A < 0.5$
- ○ $A = 0.5$
- ○ $0.5 < A < 1$
- ○ $A = 1$
- ○ Cap de les anteriors

d) Si $F_s = 10\,\text{kHz}$ i $F_a = 2\,\text{kHz}$, quina serà l'amplitud A del senyal sinosoïdal que apareixerà a la sortida en RPS?

- ○ $A = 0$
- ○ $0 < A < 0.5$
- ○ $A = 0.5$
- ○ $0.5 < A < 1$
- ○ $A = 1$
- ○ Cap de les anteriors

e) Si $F_s = 10\,\text{kHz}$ i $F_a = 100\,\text{Hz}$, quina serà la fase ϕ expressada en graus del senyal sinosoïdal que apareixerà a la sortida en RPS?

- ○ $\phi = 0$
- ○ $0 < \phi < 45$
- ○ $\phi = 45$
- ○ $45 < \phi < 90$
- ○ $\phi = 90$
- ○ Cap de les anteriors

Exercici 4 [3 punts]. $z \longleftrightarrow z^M$

a) Expliqueu la utilitat de la transformació $z \longleftrightarrow z^M$ per a dissenyar un filtre a partir d'un altre.

b) Dissenyeu un filtre $H_a(z)$ que contingui un zero a una freqüència qualsevol. Representeu aproximadament la seva resposta en freqüència.

c) Apliqueu la transformació $z \longleftrightarrow z^M$ sobre el filtre $H_a(z)$ per obtenir el filtre $H_b(z)$ amb un nombre de zeros quatre vegades superior. Representeu aproximadament la seva resposta en freqüència.

Exercici 5 [1 punt]. *Aliasing*

Considereu $x(t) = \cos(2\pi F_x t)$, amb $F_x = 10\,\text{kHz}$, mostrejat amb un ADC (amb error de quantificació menyspreable) amb freqüència de mostreig F_s. Les mostres s'envien a un DAC ideal i s'obté la sortida $y(t) = \cos(2\pi F_y t)$, amb $F_y = 1\,\text{kHz}$.

a) Indiqueu quines afirmacions són certes.

- ◯ $y(t)$ es pot obtenir amb $F_s = 22\,\text{kHz}$
- ◯ $y(t)$ es pot obtenir amb $F_s = 11\,\text{kHz}$
- ◯ $y(t)$ es pot obtenir amb $F_s = 2.75\,\text{kHz}$
- ◯ $y(t)$ es pot obtenir amb $F_s = 2.25\,\text{kHz}$
- ◯ $y(t)$ es pot obtenir amb $F_s = 2.2\,\text{kHz}$
- ◯ $y(t)$ es pot obtenir amb $F_s = 1.8\,\text{kHz}$
- ◯ $y(t)$ es pot obtenir amb $F_s = 1.75\,\text{kHz}$
- ◯ Cap de les anteriors és certa

Exercici 6 [2 punts]. *La transformada discreta de Fourier*

a) Indiqueu quines afirmacions són certes.

- ◯ La component $X(0)$ de la DFT d'un senyal $x(n)$ és la mitjana d'aquest senyal multiplicada pel nombre de mostres
- ◯ Si un senyal és mostrejat durant a $F_s = 30\,\text{kHz}$ durant $t = 5\,\text{ms}$, la component $X(15)$ de la seva DFT ens dona informació sobre l'espectre del senyal a la freqüència $F_a = 3\,\text{kHz}$
- ◯ Per saber de quina freqüència de l'espectre dona informació la component $X(k)$ de la DFT d'un senyal, només necessitem saber durant quan temps s'ha mostrejat el senyal.
- ◯ En una DFT de longitud N, $|X(k)| = |X(N-k)|$
- ◯ Si $y(n) = x(n) * h(n)$, $x(n)$ de longitud N_x i $h(n)$ de longitud N_h, podem calcular la DFT d'$y(n)$ a partir de les DFT d'$x(n)$ i $h(n)$ sempre que prèviament al càlcul de la DFT allarguem amb zeros la durada dels senyals $x(n)$ i $h(n)$ fins la seva durada sigui com a mínim $N = N_x + N_h - 1$
- ◯ El cost computacional de calcular una DFT usant l'algorisme FFT és superior si la longitud del senyal és $N = 1025$ que si és $N = 1024$
- ◯ Cap de les anteriors és certa

Draft area