

Processament Digital del Senyal

Prova Final. 20 de gener de 2022

EPSEM. Enginyeria de Sistemes TIC
Temps: 2,5 hores.

1. (3,5 punts) Donat el sistema caracteritzat per la funció de transferència

$$H(z) = \frac{1 - z^{-1}}{1 + 0,81z^{-2}},$$

- Doneu la corresponent equació en diferències finites.
 - Dibuixeu la seva implementació en la forma directa II.
 - Dibuixeu el diagrama de pols i zeros d' $H(z)$ i, a partir d'ell, discutiu l'estabilitat del sistema.
 - Calculeu la resposta a l'esglaió unitari, $x(n) = u(n)$, indicant els components de resposta lliure i forçada.
 - Feu una estimació de la durada del règim transitori.
2. (3 punts) La Figura 1 mostra la resposta en freqüència d'un equalitzador d'àudio analògic basat en un amplificador operacional on, per conveniència, s'ha utilitzat una escala de freqüència logarítmica. Els dos cercles indiquen els límits de la banda d'àudio ($20 \text{ Hz} < F < 20 \text{ kHz}$). Aquest tipus de filtre permet millorar el so reproduït pels altaveus a base de reforçar (o equalitzar) els sons greus (baixes freqüències, difícils de reproduir pels altaveus especialment quan són petits) i deixar intactes els sons aguts (altes freqüències).

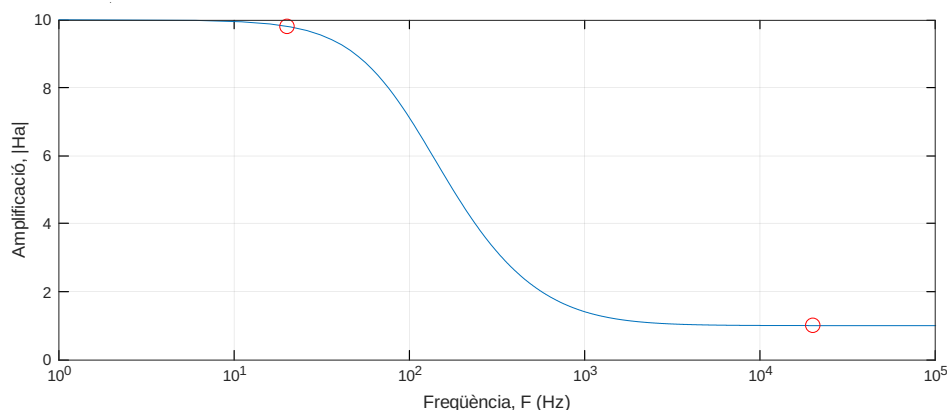


Figura 1

Per tal de poder fer aquesta equalització en un ordinador i prescindir del circuit analògic, es vol dissenyar un filtre digital amb Octave que millori la reproducció de senyals d'àudio proporcionant una resposta el més semblant possible a la de la Figura 1. Després de consultar un llibre de disseny de filtres digitals, s'ha seguit un mètode

anomenat “transformació bilineal”, a partir del qual s’ha pogut elaborar el següent codi:

```
% EQUALITZADOR DIGITAL

% Definició de paràmetres del filtre
K=1.0585;
a=???????;
b=???????;

% Càrrega de fitxer d'àudio a la variable d'entrada x
x=audioread('input_file.wav');

% Creació d'un vector inicial de sortida y
% amb les mateixes dimensions que x
y=0*x;

% Valor de la primera mostra de sortida. Es pressuposen
% nuls tots els valors anteriors de x i de y per no existir
% prèviament excitació ni resposta
y(1) = a*0 + K*( x(1) - b*0 );

% Càlcul de la resta de mostres de la sortida
for n=2:length(x)
    y(n) = a*y(n-1) + K*( x(n) - b*x(n-1) );
end

% Reproducció del senyal de sortida
play_so(y);
```

Sabent que la freqüència de mostreig és $F_s = 48$ kHz, es demana:

- Donar l'expressió de la funció de transferència $H(z)$ implementada pel codi en funció dels paràmetres K , a i b .
- Calcular els valors d' a i de b per tal que l'amplificació del filtre digital a baixes i altes freqüències coincideixi amb la del filtre analògic.
- Per tal d'avaluar la fidelitat del filtre digital dissenyat, calculeu la seva amplificació a la freqüència corresponent a 100 Hz i compareu-la amb la del filtre analògic, el qual proporciona una amplificació igual a 7,1075 a aquesta freqüència. Són valors semblants, o pel contrari molt diferents?
- Determineu la resposta del filtre digital a l'excitació

$$x(n) = 0,5 + 0,5 \cos\left(2\pi \frac{100}{F_s} n\right) + 0,5 \cos\left(2\pi \frac{10000}{F_s} n\right).$$

- (2 punts) Es vol dissenyar un analitzador d'espectres per a un equip de so que mostri a través d'una pantalla i de forma dinàmica l'espectre del senyal que s'està reproduïnt. Aquest tipus de visualització és molt comuna en equips de so i en reproductors d'àudio digitals com ordinadors i dispositius mòbils. Tot i que l'espectre és més representatiu quan s'utilitza una escala de freqüències logarítmica, en aquest problema es considerarà per simplicitat un eix de freqüències lineal.

L'espectre s'obté calculant la FFT de les mostres temporals del senyal d'àudio. Suposant inicialment que la freqüència de mostreig és $F_s = 48$ kHz, que en aquesta pantalla únicament es representaran valors de freqüència en Hz positius fins a la màxima que es

pot representar sense *aliasing*, i que es vol que l'espectre representat es vagi actualitzant cada 200 ms, es demana:

- La mínima i la màxima freqüència en Hz que es podrà representar a la pantalla.
- El màxim nombre de punts que podrà tenir la FFT calculada.
- La corresponent resolució (=separació entre punts de l'espectre) en cicles/mostra i en Hz.

Com haureu pogut comprovar, el nombre de punts de la FFT obtingut anteriorment és força gran, fet que requereix una potència computacional important. Per relaxar el cost computacional d'aquesta FFT es pot reduir el nombre de punts i proporcionar una visualització simplificada de l'espectre, per exemple en forma de diagrama de barres, com fan molts reproductors (Figura 2).

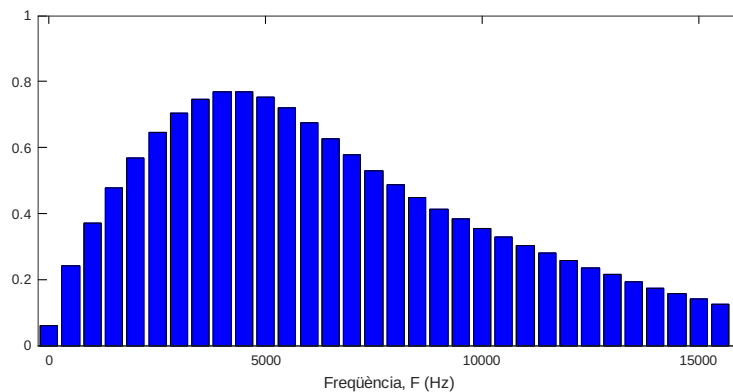


Figura 2

Suposeu ara que es vol mostrar per pantalla un espectre format per 32 barres que corresponguin a les freqüències $F = k \cdot 500$ Hz (és a dir, $F = 0, 500, 1000, 1500, \dots, 15500$ Hz). Es pot demostrar que, per complir aquests requisits, la freqüència de mostreig F_s difereix de la considerada anteriorment. Determineu:

- El nombre de punts que ha de tenir la FFT per poder representar un espectre.
- El temps en segons durant el qual cal observar el senyal d'àudio per poder calcular el seu espectre.
- La freqüència de mostreig requerida.

4. (1,5 punts) Es vol digitalitzar un senyal analògic que pren valors entre 0 i 5 V amb un espectre passabaix d'amplada de banda 5 kHz per transmetre'l a través d'un canal de comunicació amb una capacitat de 100 kbit/s.

- Determineu el nombre màxim de bits b que pot tenir el quantificador del convertidor A/D, així com el corresponent valor del pas de quantificació Δ .

Suposeu que a l'altre extrem del canal de comunicació hi ha un receptor que incorpora un convertidor D/A amb una sortida de tipus PWM (*Pulse-Width Modulation*) que genera una freqüència de 150 kHz, connectada a un filtre RC passabaix de primer ordre (una resistència i un condensador). Sabent que es disposa de resistències de valor $R = 1 \text{ k}\Omega$ i dels següents valors de capacitat:

$$C = 820 \text{ pF} / 8,2 \text{ nF} / 82 \text{ nF} / 820 \text{ nF}$$

- Escolliu el valor de capacitat adequat per poder efectuar una correcta conversió D/A. Justifiqueu la resposta.