

Processament Digital del Senyal

Prova Final. 9 de gener de 2015

Temps per a la resolució: 4 hores. Publicació de resultats: 30 de gener.

1 Exercicis curts

1. Estudieu les propietats de linealitat, variància amb el temps i causalitat dels següents sistemes.

a) $y(n) = x(n+1) - x(n)^2$

b) $y(n) = \sum_{k=-\infty}^{k=n} x(k)$

2. Calculeu la funció de transferència $H(z)$ i estudeu l'estabilitat dels següents sistemes.

a) $y(n) = y(n-1) + 2y(n-2) + x(n) - x(n-1)$

b) $y(n) = -2y(n-1) - y(n-2) + x(n) + 3x(n-1)$

3. Per a un sistema definit per $y(n) = x(n)^2$.

a) Calculeu la resposta $y_1(n)$ per a l'entrada $x(n) = 2u(n)$

b) Calculeu la resposta $h(n)$ a l'impuls $\delta(n)$

c) Calculeu la convolució $y_2(n) = h(n) * 2u(n)$

d) Quina relació hi ha d'haver entre $y_1(n)$ i $y_2(n)$?

4. Per a un sistema definit per $H(z) = \frac{1-0.5z^{-1}}{1-0.25z^{-2}}z^{-1}$.

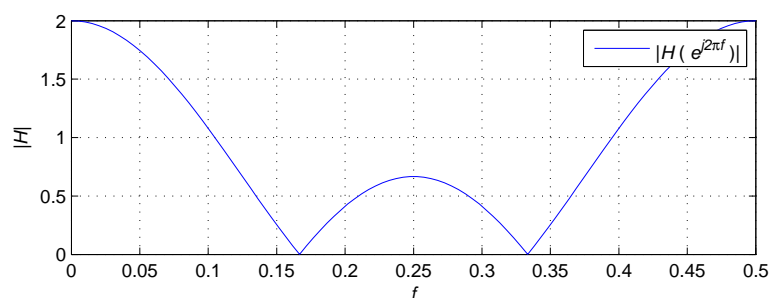
a) Calculeu la resposta $h(n)$ a l'impuls $\delta(n)$.

b) Calculeu la resposta $y(n)$ al graó $u(n)$.

c) Feu una representació gràfica de les dues respostes per $0 \leq n \leq 3$.

d) Implementeu $H(z)$ usant la forma directa I.

5. Considereu un filtre amb el mòdul d' $H(e^{j\omega})$ representat a la figura



Calculeu la sortida $y(n)$ en RPS per a l'entrada $x(n) = (0.2 + 0.3 \cos(2\pi 0.1n) + 2 \cos(2\pi 0.33n) + 3 \cos(2\pi 0.4n))u(n)$. Ignoreu la fase.

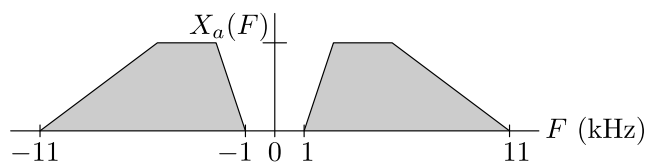
6. Calculeu la sortida $y(n)$ en RPS del filtre de l'exercici anterior quan $x(n)$ prové de la discretització de $x_a(t) = (0.1 + 2 \cos(2\pi 10^3 t) + 3 \cos(2\pi 2 \cdot 10^3 t) + \cos(2\pi 3 \cdot 10^3 t))u(t)$, usant $F_s = 8$ kHz.

7. Considereu el filtre caracteritzat per $H(z) = (z^{-2} + z^2)/(1 - 0.5z^{-1})$. Calculeu la sortida $y(n)$ en RPS per a l'entrada $x(n)$ provinent de la discretització de $x_a(t) = \cos(2\pi 10^3 t)u(t)$, usant $F_s = 8$ kHz. I si $F_s = 4$ kHz?
8. Considereu el filtre caracteritzat per $y(n) = x(n) + x(n - 2)$. Calculeu la sortida $y(n)$ en RPS per a l'entrada $x(n) = (1 + \cos(2\pi 0.1n) + \cos(2\pi 0.25n) + \cos(2\pi 0.3n))u(n)$.
9. Considereu un senyal mostrejat a $F_s = 7$ kHz durant 10 ms. Quina és la resolució freqüencial ΔF que podem tenir en fer la seva DFT? Un cop el senyal ja ha estat mostrejat com podem aconseguir $\Delta F = 70$ Hz?
10. Calculeu la DFT d' $x(n) = \{1, 2, 3, 4\}$: $(X(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n)e^{-j\frac{2\pi}{N}kn})$.
11. Dissenyau un sistema discret que simuli la generació de l'eco que apareix en parlar davant una paret que es troba a 43 m. Considereu la velocitat de propagació del so de 344 m/s i una atenuació de 0.2 dB/m. Teniu llibertat per escollir la freqüència de mostreig F_s .
12. Disposeu d'un sistema de control en què la potència $y(n)$ que s'entrega al motor d'un vehicle s'actualitza per tal de mantenir la velocitat d'aquest vehicle constant independentment de, per exemple, el pendent del terreny per on es mou. L'estimació del valor d' $y(n)$ s'anomena $x(n)$. Els resultats experimentals mostren que el vehicle es mou a batzegades. Us proposeu suavitzar aquest comportament fent que la potència actual $y(n)$ estigui formada per una part de la potència anterior $y(n - 1)$ i una part de l'estimació de la nova potència $x(n)$. Estudieu l'estabilitat d'aquest nou sistema:

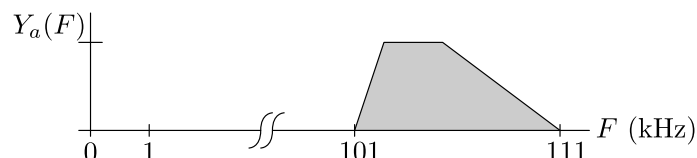
$$y(n) = \alpha y(n - 1) + (1 - \alpha)x(n).$$
13. Considereu un senyal de veu $x_a(t)$ amb una amplada de banda de $B = 4$ kHz. Necessiteu conèixer si aquest senyal $x_a(t)$ té un to de freqüència F_a durant un temps d'observació que no pot ser superior a 50 ms. Us proposeu adquirir N mostres d'aquest senyal a freqüència F_s i a partir d'alguna component de la seva DFT comprovar l'existència d'aquest to. Indiqueu els valor d' N i F_s que us permeten que la component k de la DFT, $X(k)$, doni informació de l'espectre a $F_a = 852$ Hz.
14. Repetiu el disseny anterior considerant que heu de detectar la possible existència simultània de dos tons: $F_{a1} = 852$ Hz i $F_{a2} = 1633$ Hz. Indiqueu els valor d' N i F_s que us permeten que les components k_1 i k_2 de la DFT donin informació dels tons. Us pot ajudar saber que $852 = 12 \times 71$ i $1633 = 23 \times 71$.

2 A direct conversion receiver

Considerem un senyal analògic $x_a(t)$ amb la següent transformada de Fourier $X_a(F)$.



Aquest senyal pateix una modulació d'amplitud en banda lateral superior (AM-USB) que dona com a resultat el següent espectre $Y_a(F)$.

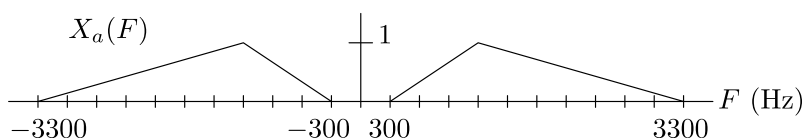


Considerem la desmodulació directa d'aquest senyal usant submostratge.

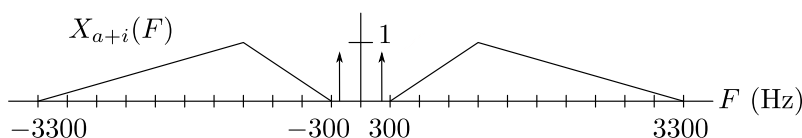
- Determineu totes les possibles freqüències de mostreig F_s que podríeu usar.
- Considerem la implementació de la conversió directa amb un microcontrolador (ATmega328P de l'Arduino Uno) que mostra cada cop que s'activa la interrupció del TMR0 (8bits) amb el *prescaler* a 1. Si el microcontrolador usa $F_{clk} = 16$ MHz, amb quins valors configurariem (si es possible) el TMR0 per a cadascuna de les F_s anteriors?
- De totes les F_s anteriors quina/quines usaríeu si existís un senyal interferent a $F_i = 60$ kHz?
- Dibuixeu l'espectre resultant d'usar una conversió directa amb $F_s = 40$ kHz a partir d' $Y_a(F)$.

3 Adjusting the sampling frequency to match a filter

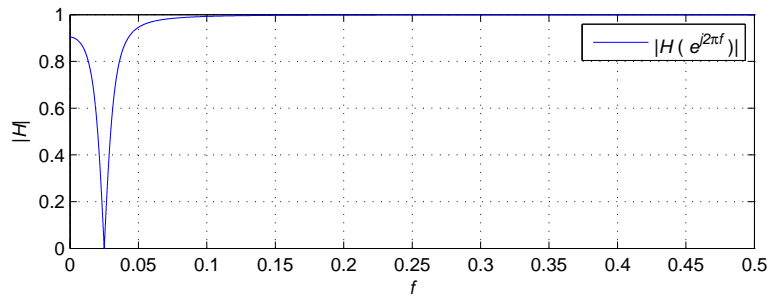
Considerem un senyal de veu $x_a(t)$ originalment amb el següent espectre



al qual accidentalment se li ha afegit un senyal interferent situat a $F_{int} = 200$ Hz. de manera que s'obté el següent espectre.



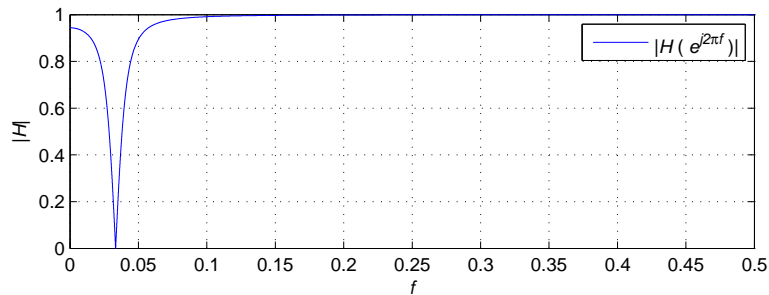
Disposeu d'un dispositiu digital amb un convertidor AD i DA (que podeu considerar ideals) en el qual el vostre company de grup ha implementat un filtre banda-eliminada amb el mòdul d' $H(e^{j\omega})$ representat a la figura.



Observeu que el zero es troba a la freqüència discreta $f = 1/40$. D'aquest dispositiu només podeu modificar la freqüència de mostreig F_s .

- a) Escolliu adequadament la freqüència F_s per tal d'utilitzar el dispositiu digital per a mostrejar el senyal $x_{a+i}(t)$, eliminar el senyal interferent i tornar a obtenir un senyal analògic $y_a(t)$ a poder ésser amb el mateix espectre que el d' $x_a(t)$.

Malauradament el vostre company de grup ha comès un error en la implementació del filtre. Vosaltres l'heu detectat i sabeu que realment el filtre banda-eliminada té un zero a la freqüència discreta $f = 1/30$.



Enlloc de demanar-li que rectifiqui l'error (només ell pot modificar el dispositiu) us proposeu prescindir del seu ajut i buscar una altra solució.

- b) Escolliu novament la freqüència F_s que permet eliminar el senyal interferent.
 c) Quin és l'espectre del senyal $y_a(t)$ obtingut amb aquesta nova freqüència F_s ?
 d) Caldrà que el vostre company rectifiqui l'error?