

# Introducció als Sistemes Digitals

## Prova Final. 18 de gener de 2019

Temps per a la resolució: 3 hores. Publicació de resultats: 31 de gener.

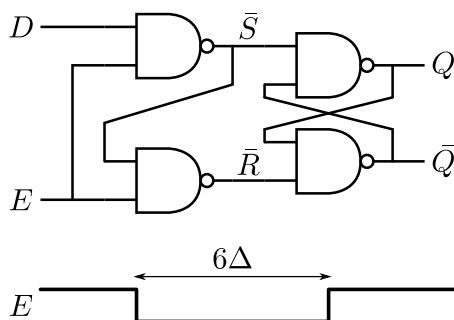
### 1 Binary Multiplier

(8 punts) Considereu diverses alternatives per a dissenyar un multiplicador de dos nombres,  $A$  i  $B$  codificats en binari mitjançant dos bits,  $A = A_1A_0$  i  $B = B_1B_0$ . El resultat del producte és un nombre,  $Y = A * B$ , codificat en binari mitjançant quatre bits,  $Y = Y_3Y_2Y_1Y_0$ .

- (1 punts) Escriviu la taula de veritat per a cada bit d' $Y$ .
- (1 punts) Dissenyau  $Y_2$  amb portes lògiques AND, OR i NOT. També podeu usar portes XOR.
- (2 punts) Dissenyau  $Y_1$  usant un 8:1 MUX i, si és necessari, portes NOT, amb  $A_1A_0B_0$  com a selectors.
- (2 punts) Dissenyau  $Y_0$  usant un 4:1 MUX i, si és necessari, portes AND, OR i NOT, amb  $A_1B_1$  com a selectors.
- (2 punts) Dissenyau  $Y_3Y_2Y_1Y_0$  usant un 1:16 DEMUX i, si és necessari, portes lògiques. Realitzeu dues implementacions diferents.

### 2 Digital waveform

(8 punts) Representeu el cronograma dels senyals  $\bar{S}$ ,  $\bar{R}$ ,  $Q$  i  $\bar{Q}$  quan  $D = 1$  sempre, i  $E = 1$  excepte un interval de temps de durada  $6\Delta$  en què val zero. Primer ignoreu l'existència de retard i després considereu un temps de propagació  $\Delta$  per a totes les portes.



### 3 Different types of counters

(4 points) Ring counters are counters of low complexity created using a shift register constructed with D-type flip-flop. The output of the last flip-flop is fed to the input of the first flip-flop. Doing an straight connection we obtain the basic ring counter (also known as straight ring counter or Overbeck counter). Adding an inverter in the feedback path we obtain the Johnson counter. LFSR counters are counters created using a shift register whose input bit is driven by the XOR of some bits of the overall shift register value. Comment on the differences of these three counters.

## 4 A special counter: composite numbers

(20 punts) Considereu un comptador que recorri en ordre creixent els nombres compostos que es poden codificar amb quatre bits. El comptador no s'atura mai: en arribar al valor màxim, el comptador *salta* al valor més petit. Recordeu que: *A prime number (or a prime) is a natural number greater than 1 that cannot be formed by multiplying two smaller natural numbers. A natural number greater than 1 that is not prime is called a composite number.*

1. (8 punts) Dissenyeu aquest comptador amb una màquina d'estats, de manera que la codificació dels estats, usant el nombre de *flip-flop* de tipus D necessari, coincideixi amb la codificació en binari dels nombres compostos. Si en el procés de simplificació usant la Taula de Karnaugh teniu diverses alternatives d'igual complexitat, considereu la que pot minimitzar els espuris (*glitches*).
2. (2 punts) Feu una representació del diagrama d'estats que inclogui tots els estats, els *possibles* i els *no possibles*. Comenteu els problemes que podrien aparèixer si la màquina d'estats té com a estat inicial algun dels estats *no possibles*.

Afegiu un senyal de control  $C$  del sentit de recorregut dels nombres compostos. Quan  $C = 0$  el comptador recorre en ordre creixent els nombres compostos (com abans). Quan  $C = 1$  el comptador recorre en ordre decreixent els nombres compostos.

3. (9 punts) Dissenyeu aquest comptador amb una màquina d'estats, amb la restricció de minimitzar el nombre de *flip-flop* de tipus D emprats. Si en el procés de simplificació usant la Taula de Karnaugh teniu diverses alternatives d'igual complexitat, considereu la que pot minimitzar els espuris (*glitches*).
4. (1 punts) Feu una representació del diagrama d'estats que inclogui tots els estats, els *possibles* i els *no possibles*. Comenteu els problemes que podrien aparèixer si la màquina d'estats té com a estat inicial algun dels estats *no possibles*.