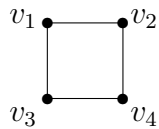


**PRIMERES PROPIETATS DELS GRAFS - PROBLEMES**

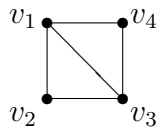
1. Dibuixeu tots els grafs que tenen com a conjunt de vèrtexs  $V = \{a, b, c\}$ .
2. Determineu tots els grafs d'ordre 4 i mida 3 amb conjunt de vèrtexs  $V = \{v_1, v_2, v_3, v_4\}$ .
3. Dibuixeu tots els grafs no isomorfs amb ordres 1, 2, 3 i 4. Quants n'hi ha de cada?
4. Es defineix l'hipercub de dimensió  $n$  (o  $n$ -cub)  $Q_n$  com el graf que té per vèrtexs  $VQ_n = \{u = (x_1, x_2, \dots, x_n) \mid x_i \in \{0, 1\}\}$  i on dos vèrtexs són adjacents si, i només si, les seqüències corresponents difereixen només en un dígit. Construïu els hipercubs de dimensions 1, 2 i 3. Quin és l'ordre de  $Q_n$ ?
5. Classifiqueu per isomorfia les famílies de grafs següents:

(a)

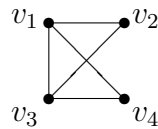
$G_1$  :



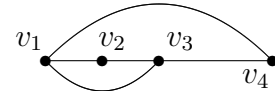
$G_2$  :



$G_3$  :

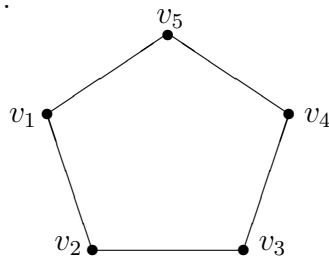


$G_4$  :

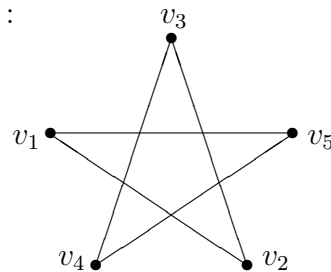


(b)

$G_1$  :

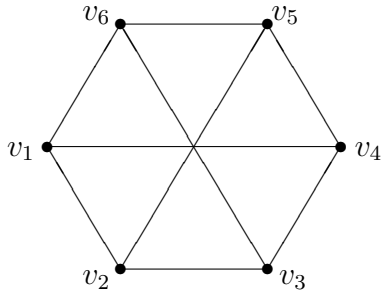


$G_2$  :

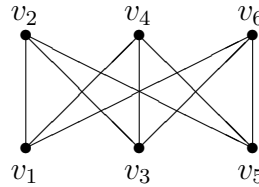


(c)

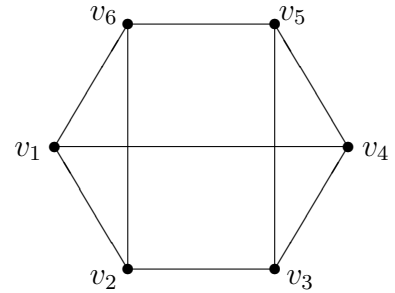
$G_1$  :



$G_2$  :

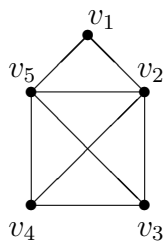


$G_3$  :

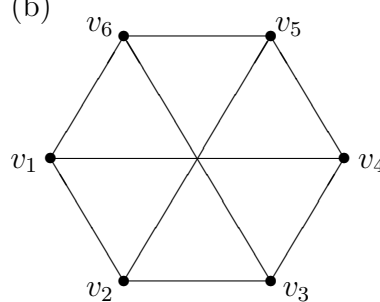


6. Demostreu que si un graf és regular de grau senar, aleshores té un nombre parell de vèrtexs.
7. Demostreu que si un graf és regular de grau 2, aleshores té iguals la mida i l'ordre.
8. Demostreu que si tots els vèrtexs d'un graf són de grau 1, aleshores té ordre parell.
9. Demostreu que no hi ha cap graf regular d'ordre múltiple de 4 i mida senar.
10. Sigui  $G$  un graf  $d$ -regular. Proveu que:
  - (a) si  $d$  és senar, aleshores la seva mida és múltiple de  $d$ .
  - (b) si  $d$  és parell, aleshores la seva mida és múltiple de  $d/2$ .
11. Sigui  $G$  un graf d'ordre 9 amb tots els vèrtexs de grau 5 o 6. Demostreu que, com a mínim,  $G$  conté o bé cinc vèrtexs de grau 6 o bé sis vèrtexs de grau 5.
12. Trobeu les matrius d'adjacència dels grafs següents:

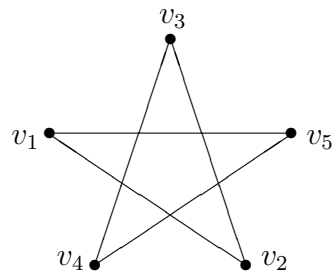
(a)



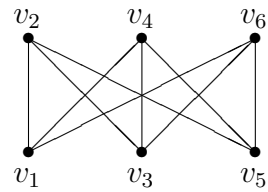
(b)



(c)



(d)



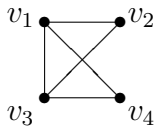
13. Dibuixeu els grafs que tenen per matriu d'adjacència les matrius següents:

(a) 
$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

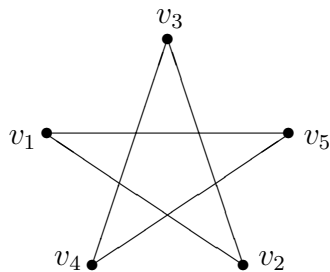
(b) 
$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

14. Trobeu els complementaris dels grafs següents:

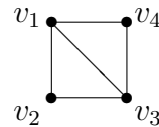
(a)



(b)



(c)



(d)

