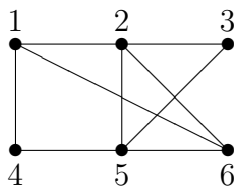


FONAMENTS MATEMÀTICS PER A TIC - PROVA PARCIAL

20 de gener de 2011

1. Considerem el graf G que mostra la figura.



- Determina la matriu d'adjacència M del graf G .
 - Calcula el valor de $(M^2)_{24}$ i interpreta el resultat sobre el graf G .
 - El graf G és eulerià? Per què? És possible donar un recorregut eulerià? En cas afirmatiu, escriu un d'aquests recorreguts.
 - Indica, en cas de que sigui possible, un cicle hamiltonià.
 - Construeix un arbre generador que conservi la distància del vèrtex 6 a qualsevol vèrtex de G .
2. Diem que un graf G és d -regular si tots els seus vèrtexs tenen grau d . Si G és un graf connex amb 15 arestes i d -regular:
- Demostra que d només pot prendre 3 valors.
 - Representa gràficament un d'aquests grafs per a cada valor admissible de d .
3. Utilitzant l'algorisme d'Euclides:
- Calcula $d = \text{mcd}(135, 96)$.
 - Escriu el nombre d com a combinació lineal entera de 135 i 96.
4. Indica un per un els elements invertibles de $\mathbb{Z}/16$ i els elements que siguin divisors de zero. Per a cada invertible, escriu el seu corresponent nombre invers a $\mathbb{Z}/16$.
5. Resol el sistema de congruències

$$\left. \begin{array}{l} 7x + 4y \equiv 3 \pmod{11} \\ 5x + 10y \equiv 7 \pmod{11} \end{array} \right\}$$

6. Calcula la funció d'Euler del nombre 200, $\phi(200)$. Amb aquest resultat:
- Quants elements de $\mathbb{Z}/200$ són invertibles? I quants són divisors de zero? Escriu un producte de dos nombres no nuls a $\mathbb{Z}/200$ amb resultat nul.
 - Determina el residu de la divisió entera de 63^{44402} entre 200.

7. Per a la funció $f(x, y) = \frac{x^2y}{2x + 3y}$ i el punt P de coordenades $(2, -1)$:
- (a) Calcula la derivada direccional de f en el punt P en la direcció que uneix P amb el punt $Q(-1, 3)$.
 - (b) Indica la direcció de màxim creixement de la funció f en el punt P i determina el valor màxim i el valor mínim de les derivades direccionals de la funció en el punt.
8. Donada la funció escalar de dues variables $f(x, y) = 2x^3 - 3xy + 2y^3$:
- (a) Troba els seus punts crítics.
 - (b) Decideix si es tracta de màxims relatius, mínims relatius o punts de sella.

Puntuació: (1) 2.5 punts; (2) – (7) 1 punt; (8) 1.5 punts.