

Universitat Politècnica de Catalunya

Escola Politècnica Superior d'Enginyeria de Manresa

Departament de Matemàtica Aplicada III

FONAMENTS MATEMÀTICS PER A TIC - PROVA PARCIAL

23 de novembre de 2010

1. Considerem el conjunt $A = \{a, b, c, d\}$ a on està definida la relació binària donada per $R = \{(a, a), (a, b), (a, c), (a, d), (b, b), (b, c), (b, d), (d, d)\}$.
 - (a) Expressar matricialment la relació R .
 - (b) Decidir quines propietats de les relacions verifica i quines no.
2. L'univers U està format per 50 individus. Dos conjunts d'aquests univers, A i B , compleixen les condicions següents: $|A| = 27$, $|B \setminus A| = 12$ i $|A \setminus B| = 18$. Es demana: (a) $|B|$ (b) $|\overline{A \cup B}|$ (c) $|\overline{A \cap B}|$.
3. En el conjunt D_{63} dels divisors positius del nombre 63 es considera la relació binària “és divisor de”.
 - (a) Construir el diagrama de Hasse d'aquesta relació.
 - (b) Determinar totes les cadenes maximals contingudes.
4. Tenim un joc amb 48 cartes (12 de cada pal). Quantes mans de cinc cartes es poden aconseguir amb la condició de que ...
 - (a) exactament quatre cartes siguin de copes.
 - (b) al menys quatre cartes siguin de copes.
5. Una pastisseria confecciona bombons de tres tipus diferents. De quantes maneres es poden omplir bosses amb 12 bombons?
6. Desenvolupar la potència següent: $(x^2 - 3yz)^5$
7. Considerem $\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 6 & 5 & 1 & 4 & 2 \end{pmatrix}$ i $\tau = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 3 & 1 & 4 & 6 & 5 \end{pmatrix}$ permutacions de S_6 .
 - (a) Calcular (i) $\tau \circ \sigma$, (ii) $\sigma \circ \tau$.
 - (b) Descomposar σ en producte de transposicions i determinar $sig(\sigma)$.
8. Si \mathcal{B} és una àlgebra de Boole binària i les variables $x, y, z \in \mathcal{B}$, determinar les formes canòniques, (a) disjuntiva i (b) conjuntiva, de la funció $f(x, y, z) = \overline{x + y} + z$.
9. Si \mathcal{B} és una àlgebra de Boole binària i les variables $x, y, z, w \in \mathcal{B}$, simplificar
$$f(x, y, z, w) = x \bar{y} z \bar{w} + \bar{x} y \bar{z} w + \bar{x} y z \bar{w} + x y \bar{z} w + x y z \bar{w} +$$
$$+ \bar{x} \bar{y} z \bar{w} + \bar{x} y \bar{z} \bar{w} + \bar{x} \bar{y} z \bar{w} + x \bar{y} \bar{z} \bar{w} + x y \bar{z} \bar{w}$$

Puntuació: (1) – (7) 1 punt; (8) – (9) 1.5 punts.