

Operacions Aritmètiques de Suma i Resta amb Dades amb Signe i sense Signe

Aplicació al cas particular de l'AVR

Francisco del Àguila López¹

¹Department de Disseny i Programació de Dispositius Electrònics
Universitat Politècnica de Catalunya

Dispositius Programables, 2012

Índex

- 1 La Resta Binària
- 2 Dades sense signe
 - La suma de dades sense signe
 - La resta de dades sense signe
- 3 Dades amb signe
 - La suma de dades amb signe
 - La resta de dades amb signe

La Resta Binària.

Codificació en complement a 2.

- Les ALU en general només implementen l'operació de suma.
- L'operació de resta es realitza en Complement a 2.
- $Ca2(Dada) = Ca1(Dada) + 1 = (Dada \oplus 0xF..F) + 1$

La Resta Binària.

Codificació en complement a 2.

- Les ALU en general només implementen l'operació de suma.
- L'operació de resta es realitza en Complement a 2.
- $Ca2(Dada) = Ca1(Dada) + 1 = (Dada \oplus 0xF..F) + 1$

La Resta Binària.

Codificació en complement a 2.

- Les ALU en general només implementen l'operació de suma.
- L'operació de resta es realitza en Complement a 2.
- $Ca2(Dada) = Ca1(Dada) + 1 = (Dada \oplus 0xF..F) + 1$

Índex

- 1 La Resta Binària
- 2 Dades sense signe
 - La suma de dades sense signe
 - La resta de dades sense signe
- 3 Dades amb signe
 - La suma de dades amb signe
 - La resta de dades amb signe

La suma de dades sense signe

- Per simplificar es considera que la precisió amb la que es treballa és de 3 bits.
- La codificació sense signe correspon a la codificació de binari natural

0		000
1		001
2		010
3		011
4		100
5		101
6		110
7		111

La suma de dades sense signe

- Per indicar si el resultat de la suma sobrepassa els possibles valors de la taula de codificació es necessita d'un bit més
- El bit que indica aquest fet és el bit de *carry* **C**.
- Es pot considerar que el bit **C** juntament amb el resultat de la suma codifica correctament el resultat estenent la precisió a 1 bit més.

Exemples

$$\begin{array}{r}
 110 \quad 6 \\
 + 100 \quad 4 \\
 \hline
 1 \quad 010 \quad 10 \\
 \text{C}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 010 \quad 2 \\
 + 100 \quad 4 \\
 \hline
 0 \quad 110 \quad 6 \\
 \text{C}
 \end{array}$$

Índex

- 1 La Resta Binària
- 2 Dades sense signe
 - La suma de dades sense signe
 - La resta de dades sense signe
- 3 Dades amb signe
 - La suma de dades amb signe
 - La resta de dades amb signe

La resta de dades sense signe

- El procés es realitza exactament igual que el cas anterior amb la diferència que prèviament es fa el Ca2 del segon operand

Exemple

$$\begin{array}{r}
 110 \ 6 \\
 - \ 011 \ 3 \\
 \hline
 C
 \end{array}
 =
 \begin{array}{r}
 110 \ 6 \\
 + \ 101 \ -3 \\
 \hline
 1 \ 011 \ 3 \\
 C
 \end{array}$$

La resta de dades sense signe

Exemple

$$\begin{array}{r}
 010 \ 2 \\
 - 001 \ 1 \\
 \hline
 C
 \end{array}
 =
 \begin{array}{r}
 010 \ 2 \\
 + 111 \ -1 \\
 \hline
 1 \ 001 \ 1 \\
 C
 \end{array}$$

Exemple

$$\begin{array}{r}
 111 \ 7 \\
 - 001 \ 1 \\
 \hline
 C
 \end{array}
 =
 \begin{array}{r}
 111 \ 7 \\
 + 111 \ -1 \\
 \hline
 1 \ 110 \ 6 \\
 C
 \end{array}$$

La resta de dades sense signe

Exemple

$$\begin{array}{r}
 010 \quad 2 \\
 - 101 \quad 5 \\
 \hline
 \end{array}
 =
 \begin{array}{r}
 010 \quad 2 \\
 + 011 \quad -5 \\
 \hline
 0 \quad 101 \quad -3 \\
 C
 \end{array}$$

Exemple

$$\begin{array}{r}
 101 \quad 5 \\
 - 111 \quad 7 \\
 \hline
 \end{array}
 =
 \begin{array}{r}
 101 \quad 5 \\
 + 001 \quad -7 \\
 \hline
 0 \quad 110 \quad -2 \\
 C
 \end{array}$$

La resta de dades sense signe

Exemple

$$\begin{array}{r} 001 \ 1 \\ - 011 \ 3 \\ \hline C \end{array} = \begin{array}{r} 001 \ 1 \\ + 101 \ -3 \\ \hline 0 \ 110 \ -2 \\ C \end{array}$$

La resta de dades sense signe

- Quan el resultat és positiu, queda correctament representat, però s'ha de prescindir del **C**.
- Quan el resultat és negatiu, la representació del valor no es pot extreure segons la taula sense signe -> Cal una nova representació amb el signe (Ca2) però cal un bit extra.
- Aquest bit extra és el **C**. Però per anar bé, cal que **C=1** per resultats negatius i que **C=0** per resultats positius.

La resta de dades sense signe

- Per tant es defineix el bit $B = \text{not}(C)$. Aquest bit és el de *Borrow*.
- En el cas particular de l'AVR i altres CPUs el bit C es converteix en el bit B quan es fan servir instruccions màquina de resta.
- Amb el bit C negat el resultat (tenint el compte aquest bit extra C) és la representació en $Ca2$ amb una precisió estesa de 4 bits.

Índex

- 1 La Resta Binària
- 2 Dades sense signe
 - La suma de dades sense signe
 - La resta de dades sense signe
- 3 Dades amb signe
 - La suma de dades amb signe
 - La resta de dades amb signe

La suma de dades amb signe

- Per simplificar es considera que la precisió amb la que es treballa és de 3 bits.
- La codificació amb signe correspon a la codificació en Complement a 2 (Ca2).
- El bit de més pes representa el signe **N**: 1->negatiu, 0->positiu.

-4	100
-3	101
-2	110
-1	111
0	000
1	001
2	010
3	011

La suma de dades amb signe

- Per indicar si el resultat de la suma sobrepassa els possibles valors de la taula de codificació es necessita d'un bit més
- El bit que indica aquest fet és el bit de *overflow* **V**.
- El bit **V** s'activa per la suma quan
 - Els dos operands són positius i el bit de signe **N** del resultat és negatiu $\rightarrow 1$
 - Els dos operands són negatius i el bit de signe **N** del resulta és positiu $\rightarrow 0$
 - La suma d'un operand positiu i un negatiu mai pot donar *overflow*.

La suma de dades amb signe

- El bit **C** perd el significat.
- Es defineix el bit de signe $\mathbf{S} = \mathbf{N} \oplus \mathbf{V}$. Per testejar el signe del resultat.
- Es pot considerar que el bit **S** juntament amb el resultat de la suma codifica en Ca2 correctament el resultat estenent la precisió a 1 bit més.

La suma de dades amb signe

Exemples

$$\begin{array}{r}
 \\
 \\
 + \\
 \hline
 0 \\
 S
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 \\
 \\
 + \\
 \hline
 0 \\
 S
 \end{array}$$

Exemples

$$\begin{array}{r}
 \\
 \\
 + \\
 \hline
 1 \\
 S
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 \\
 \\
 + \\
 \hline
 1 \\
 S
 \end{array}$$

Índex

- 1 La Resta Binària
- 2 Dades sense signe
 - La suma de dades sense signe
 - La resta de dades sense signe
- 3 Dades amb signe
 - La suma de dades amb signe
 - La resta de dades amb signe

La resta de dades amb signe

- El procés es realitza exactament igual que el cas anterior amb la diferència que prèviament es fa el C_{a2} del segon operand.
- Els bits **V** i **S** conserven el mateix significat que amb la suma. El bit **C** continua sense significat.
- El bit **V** s'activa per la resta quan
 - El primer operand és positiu, el segon és negatiu i el bit de signe **N** del resultat és negatiu $\rightarrow 1$
 - El primer operand és negatiu, el segon és positiu i el bit de signe **N** signe del resulta és positiu $\rightarrow 0$
 - La resta de dos operands positius o dos operands negatius mai pot donar *overflow*.
- Es pot considerar que el bit **S** juntament amb el resultat de la resta, codifica en C_{a2} correctament el resultat estenent la precisió a 1 bit més.

La resta de dades amb signe

Exemple

$$\begin{array}{r}
 \\
 \\
 \\
 \hline
 0 \\
 S
 \end{array}
 \begin{array}{r}
 010 \\
 - 100 \\
 \hline

 \end{array}

 \begin{array}{r}
 \\
 \\
 \\
 \hline
 110 \\

 \end{array}
 \begin{array}{r}
 010 \\
 + 100 \\
 \hline
 110 \\

 \end{array}$$

Exemple

$$\begin{array}{r}
 \\
 \\
 \\
 \hline
 1 \\
 S
 \end{array}
 \begin{array}{r}
 010 \\
 - 011 \\
 \hline

 \end{array}

 \begin{array}{r}
 \\
 \\
 \\
 \hline
 111 \\

 \end{array}
 \begin{array}{r}
 010 \\
 + 101 \\
 \hline
 111 \\

 \end{array}$$

La resta de dades amb signe

Exemple

$$\begin{array}{r}
 \\
 \\
 \hline
 0 \\
 S
 \end{array}
 \begin{array}{r}
 \\
 \\
 \hline
 111 \\
 - 110 \\
 \hline
 \\
 S
 \end{array}
 =
 \begin{array}{r}
 \\
 \\
 \hline
 111 \\
 + 010 \\
 \hline
 001 \\
 \\
 S
 \end{array}$$

Exemple

$$\begin{array}{r}
 \\
 \\
 \hline
 1 \\
 S
 \end{array}
 \begin{array}{r}
 \\
 \\
 \hline
 110 \\
 - 001 \\
 \hline
 \\
 S
 \end{array}
 =
 \begin{array}{r}
 \\
 \\
 \hline
 110 \\
 + 111 \\
 \hline
 101 \\
 \\
 S
 \end{array}$$