

Processament Digital del Senyal

Prova Final. 19 de gener de 2023

EPSEM. Enginyeria de Sistemes TIC

Temps: 2 hores 15 minuts.

1. (3,5 punts) Preguntes de tipus test. Encerleu l'opció correcta en el full de respostes. No cal justificar la resposta. Cada resposta correcta suma 0,5 punts, cada resposta incorrecta resta 0,5/4 punts.

- 1.1. Donada la seqüència periòdica $x(n) = 8 \cdot \cos(\frac{5\pi}{7}n + 0,65)$, calculeu el seu període fonamental.
- 1.2. Les mostres d'un senyal analògic sinusoidal de freqüència 115 kHz es guarden en una memòria mitjançant un conversor A/D amb una freqüència de mostreig de 50 kHz i un error de quantificació que es pot considerar menyspreable. Posteriorment, aquesta informació és processada per un conversor D/A que utilitza la mateixa freqüència de mostreig i un filtre interpolador amb una freqüència de tall de 25 kHz. Determineu la freqüència del senyal que apareixerà a la sortida del conversor D/A.
- 1.3. Un conversor A/D de 8 bits que cobreix el rang de 0 a 5 V mostreja un senyal analògic que té un rang dinàmic que va de 0,5 a 4,5 V i un valor eficaç de 2,8 V. Determineu la relació senyal-soroll de quantificació SNRQ expressada en dB.
- 1.4. La Transformada Discreta de Fourier (DFT) de 10 punts d'una seqüència $x(n)$ que té una durada finita de 10 mostres és igual a la transformada de Fourier de $x(n)$, $X(e^{j2\pi f})$, avaluada en quin(s) valor(s) de freqüència en cicles/mostra?
- 1.5. Un analitzador d'espectres captura 4096 mostres de tensió cada 51,2 μ s. Quina és la màxima freqüència en Hz que l'instrument podrà representar?
- 1.6. Un oscil·loscopi digital amb funció de càlcul de *Fast Fourier Transform* (FFT) captura 1024 mostres de senyal amb una freqüència de mostreig $F_s = 10,24$ MHz i afegeix 1024 mostres addicionals de valor nul per millorar la resolució freqüencial (tècnica de *zero padding*). Quina serà la resolució freqüencial ΔF (= separació entre mostres) expressada en Hz?
- 1.7. S'ha implementat al laboratori un filtre discret de banda eliminada caracteritzat per la funció de transferència

$$H(z) = 0,745 \frac{1 + z^{-2}}{1 + 0,49z^{-2}}$$

mitjançant una FPGA. Aquesta proporciona un senyal de sortida de tipus PWM, el qual passa per un filtre RC per eliminar els components d'alta freqüència i extreure'n el valor mitjà. El rang dinàmic d'entrada de la FPGA va de 0 a 5 V. La corba d'amplificació de tot el conjunt es mostra a la Figura 1 en funció de la freqüència en cicles/mostra, on s'observa que l'amplificació a alta freqüència és significativament menor que a baixa freqüència. Quina és la causa d'aquesta menor amplificació?

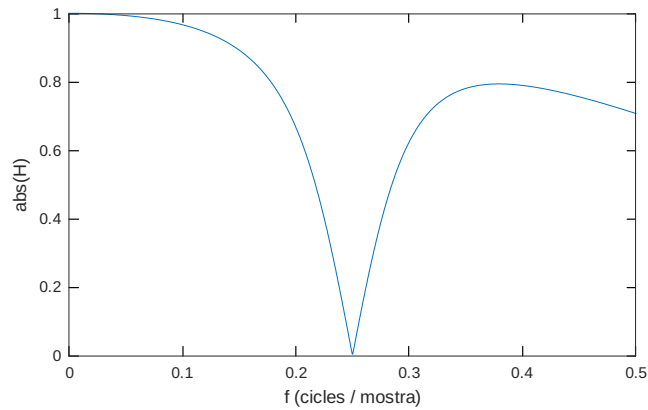


Figura 1

2. (3 punts) Es vol implementar un filtre digital amb Octave d'acord amb el següent codi:

```
% FILTRE DIGITAL

% Definició de paràmetres del filtre
K=?????;
a=?????;
b=?????;

% Càrrega de fitxer amb el vector de mostres d'entrada x
load input_data.mat;

% Creació del vector de temps i un vector inicial de sortida y
% amb les mateixes dimensions que x
n=[0:1:(length(x)-1)];
y=0*x;

% Valor de les primeres mostres de sortida. Es pressuposen
% nuls tots els valors anteriors de x i de y per no existir
% prèviament excitació ni resposta
y(1) = -0.64*0 + K*( x(1) + a*0 + b*0 );
y(2) = -0.64*0 + K*( x(2) + a*x(1) + b*0 );

% Càlcul de la resta de mostres de la sortida
for m=3:length(x)
    y(m) = -0.64*y(m-2) + K*( x(m) + a*x(m-1) + b*x(m-2) );
end

% Representació dels senyals d'entrada i de sortida
subplot(211); stem(n,x); xlabel('n'); ylabel('x');
subplot(212); stem(n,y); xlabel('n'); ylabel('y');
```

Es demana:

- a) Donar l'expressió de la funció de transferència $H(z)$ implementada pel codi en funció dels paràmetres K , a i b .
- b) Calcular els valors d' a i de b per tal que l'amplificació del filtre a baixes i altes freqüències sigui nul·la. Quin tipus de filtratge realitza?
- c) Determinar el valor de K que fa que l'amplificació màxima sigui igual a la unitat.
- d) Determinar la resposta del filtre a l'excitació

$$x(n) = 2 + 2 \cos\left(\frac{\pi}{2}n\right) + 2 \cos\left(\frac{3\pi}{4}n\right) + 2 (-1)^n.$$

3. (3,5 punts) Donat el sistema caracteritzat per la funció de transferència

$$H(z) = \frac{1 + z^{-2}}{1 + 0,34z^{-1} - 0,42z^{-2}},$$

- a) Doneu la corresponent equació en diferències finites.
- b) Dibuixeu la seva implementació en la forma directa II.
- c) Dibuixeu el diagrama de pols i zeros d' $H(z)$ i, a partir d'ell, discutiu l'estabilitat del sistema.
- d) Calculeu la resposta a l'esglaió unitari, $x(n) = u(n)$, indicant els components de resposta lliure i forçada.
- e) Feu una estimació de la durada del règim transitori.

NOM: _____

CODI: _____

PROCESSAMENT DIGITAL DEL SENYAL – EXAMEN FINAL - 19-01-2023 – EPSEM - GRAU EN ENGINYERIA DE SISTEMES TIC

- Encercleu l'opció correcta. En cas de voler canviar la resposta, marqueu amb una creu la resposta rebutjada i encerleu la nova opció escollida.

- Cada resposta correcta suma 0,5 punts. Cada resposta incorrecta resta 0,5 / 4 punts.

- | | |
|--|---|
| <p>1.1</p> <ul style="list-style-type: none">a) $N = 2,8$ mostresb) $N = 5$ mostresc) $N = 14$ mostresd) $N = 28$ mostrese) Cap de les anteriors | <p>1.5</p> <ul style="list-style-type: none">a) 9,766 kHzb) 19,53 kHzc) 80 MHzd) 160 MHze) Cap de les anteriors |
| <p>1.2</p> <ul style="list-style-type: none">a) 25 kHzb) 15 kHzc) 30 kHzd) 115 kHze) 50 kHz | <p>1.6</p> <ul style="list-style-type: none">a) 5 kHzb) 10 kHzc) 5,12 MHzd) 10,24 MHze) Cap de les anteriors |
| <p>1.3</p> <ul style="list-style-type: none">a) 107,84 dBb) 55,86 dBc) 53,92 dBd) 50,91 dBe) Cap de les anteriors | <p>1.7</p> <ul style="list-style-type: none">a) Limitacions internes de la FPGAb) És directament la resposta en freqüència associada a $H(z)$c) El filtratge introduït pel propi filtre RCd) No haver ajustat correctament el component continu de l'entradae) Cap de les anteriors |
| <p>1.4</p> <ul style="list-style-type: none">a) $f = 0,1$b) $f = 0,1k$, sent k un enterc) $f = k$, sent k un enterd) $f = 10k$, sent k un entere) Cap de les anteriors | |