

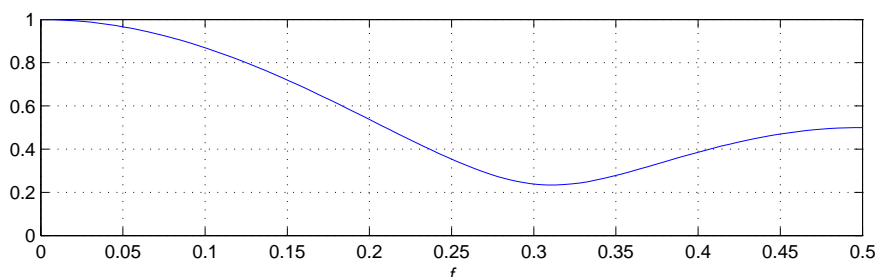
Processament Digital del Senyal

Prova Final. 24 de gener de 2017

Temps per a la resolució: 3 hores. Publicació de resultats: 30 de gener.

1 Exercicis curts

- (6 punts) Determineu la funció de transferència $H(z)$, estudeu l'estabilitat i feu la implementació (usant la forma directa I) del següent sistema: $y(n) = (7/12)y(n-1) - (1/12)y(n-2) + x(n) - 2x(n-1) + 3x(n-2)$.
- (6 punts) Per a un sistema definit per $H(z) = \frac{1-z^{-2}}{2-z^{-2}}$
 - Calculeu la resposta $h(n)$ a l'impuls $\delta(n)$.
 - Feu una representació gràfica per $0 \leq n \leq 3$.
 - Implementeu $H(z)$ usant la forma directa II.
- (6 punts) Considereu un senyal analògic $x_a(t)$ amb una amplada de banda $B = 9$ kHz que ha patit una modulació d'amplitud en banda lateral superior (AM-USB) amb una portadora $F_c = 120$ kHz. Considereu la desmodulació directa d'aquest senyal usant submostratge.
 - Determineu totes les possibles freqüències de mostreig F_s que podríeu usar.
 - Considereu la implementació de la conversió directa amb un microcontrolador (ATmega328P de l'Arduino Uno) que mostreja cada cop que s'activa la interrupció del TMR0 (8bits). Si el microcontrolador usa $F_{clk} = 16$ MHz, amb quins valors configurariéu (si es possible) el TMR0 per a cadascuna de les F_s anteriors?
 - De totes les F_s anteriors quina/quines usariéu si existís un senyal interferent a $F_i = 15$ kHz?
- (4 punts) Considereu el filtre caracteritzat per $H(z) = (1 - z^{-1})/(1 - 0.5z^{-2})$. Calculeu la sortida $y(n)$ en RPS per a l'entrada $x(n)$ provinent de la discretització d' $x_a(t) = 3 \cos(2\pi 557t)u(t)$ usant $F_s = 10$ kHz i $F_s = 1383.3$ Hz.
- (4 punts) Considereu un filtre amb el mòdul d' $H(e^{j2\pi f})$ representat a la figura.



Calculeu la sortida $y(n)$ en RPS per a l'entrada $x(n)$ que prové de la discretització d' $x_a(t) = (0.3 + 5\cos(1885t) + 3\cos(4712t) + \cos(9047t))u(t)$ usant $F_s = 6$ kHz.

- (4 punts) Mostregeu el senyal $x_a(t) = 0.5\cos(2\pi 10^3 t)$ a $F_s = 30$ kHz durant 4 ms. Indiqueu el valor de totes les components de la DFT del senyal discretitzat?

2 Albert est au Bénin: il a besoin d'aide

(35 punts) L'Albert, un graduat iTIC de la primera promoció, es troba a Benín fent el muntatge d'un sistema per monitorar una instal·lació fotovoltaica d'una granja aïllada. De moment ja ha penjat dades a thingspeak (<https://thingspeak.com/channels/298130>) però hi ha alguna dada que no sembla mostrar la realitat. Ajudeu-lo a fer algun càlcul.

1. (10 punts) L'Albert disposa d'un sensor d'humitat analògic. La relació entre la tensió de sortida i la humitat de temperatura segons el seu datasheet (www.farnell.com/datasheets/1685535.pdf) és: $h(\%) = (v_{out} - 0.826)/0.0315$. Vol mesurar la humitat amb el convertidor A/D de 10 bits de l'Arduino UNO, amb una tensió de referència de 5 V.

- a) (5 punts) Indiqueu-li com ha de calcular la humitat a partir de la lectura lec del convertidor A/D. Quina serà la resolució en %? Quins valors v_{out} s'obtenen per a una humitat del 0% i del 100%?

Com que la tensió de 5 V prové d'un cable USB, i no està estabilitzada, el seu valor és variable amb el dispositiu on es connecta el cable i amb la temperatura. Per aquest motiu l'Albert decideix usar com a tensió de referència la tensió estabilitzada de 3.3 V.

- b) (5 punts) Expliqueu a l'Albert els avantatges i inconvenients d'aquest canvi en la tensió de referència.
2. (10 punts) Ara l'Albert observa que les lectures del sensor d'humitat són molt 'sorolloses' i es proposa fer un filtre de mitjana mòbil per tal d'eliminar el soroll. Una observació preliminar del senyal li permet dir que té una amplada de banda de $B = 1$ Hz. L'Albert recorda una pràctica en què apareixia la relació entre el nombre de mostres amb què es fa la mitjana, $m + 1$, i la freqüència de tall discreta f_c d'un filtre de mitjana mòbil. Així que consulta l'<http://ocw.itic.cat> i obté: $m + 1 = 0.46/f_c$. El seu objectiu és implementar un filtre de mitjana mòbil per tal que la freqüència de tall coincideixi amb B , és a dir 1 Hz. L'Albert no sap quina freqüència de mostreig F_s usar.

- a) (5 punts) Calculeu el nombre de mostres, $m + 1$, necessàries per a $F_s = 10$ Hz, $F_s = 100$ Hz i $F_s = 1$ kHz. Si passeu aquesta informació a l'Albert, quina F_s triarà?

Ara tingueu en compte el soroll, tot i que només heu de considerar el soroll inferior a 100 kHz, ja que la resta és eliminat per l' RC existent a l'entrada del convertidor A/D. Considereu una potència de senyal S , una densitat espectral de potència de soroll N_0 , i una amplada de banda equivalent de soroll del filtre de mitjana mòbil el doble de la freqüència de tall, és a dir 2 Hz.

- b) (5 punts) Compareu la relació senyal soroll SNR per a $F_s = 10$ Hz, $F_s = 100$ Hz i $F_s = 1$ kHz. Si passeu aquesta informació a l'Albert, quina F_s triarà?
3. (15 punts) L'Albert té uns problemes similars amb la mesura del corrent provinent d'un convertidor DC/AC. Aquest convertidor genera un senyal PWM que si es filtrés donaria lloc a un senyal sinusoidal de $F_{AC} = 50$ Hz. El seu objectiu és implementar un filtre de mitjana mòbil per tal que la freqüència de tall sigui dues vegades la freqüència del senyal, és a dir 100 Hz. Per simplificar els càlculs considereu l'espectre del senyal PWM format per l'esmentada delta a $F_{AC} = 50$ Hz i un senyal a eliminar d'amplitud constant entre 20 kHz i 25 kHz.
- a) (5 punts) Quina F_s hauríeu d'usar per tal de mostrejar adequadament tot el senyal i després eliminar la part del senyal entre 20 kHz i 25 kHz?

Malauradament, la màxima F_s que pot programar l'Albert és $F_s = 10$ kHz i no té ganes d'afegir un filtre analògic per filtrar el senyal, per exemple un RC amb $R = 10$ k Ω i $C = 150$ nF tindria una freqüència de tall de 106 Hz. Així que:

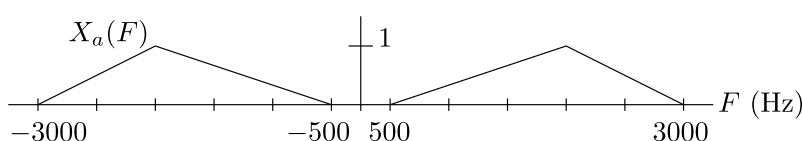
- b) (5 punts) Calculeu el nombre de mostres, $m + 1$, necessàries per a $F_s = 1$ kHz i $F_s = 10$ kHz.

Ara, considereu una potència de senyal S i el senyal entre 20 kHz i 25 kHz com a 'soroll' amb una densitat espectral de potència I_0 .

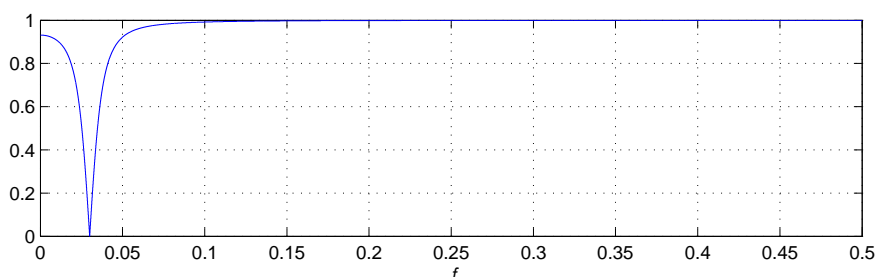
- c) (5 punts) Compareu la relació senyal 'soroll' SNR per a $F_s = 1$ kHz i $F_s = 10$ kHz. Si passeu aquesta informació a l'Albert, quina F_s triarà?

3 Adjusting the sampling frequency to match a filter

(20 punts) Considereu un senyal de veu $x_a(t)$ originalment amb el següent espectre



al qual accidentalment se li ha afegit un senyal interferent situat a $F_{int} = 300$ Hz. A la suma d' x_a i el senyal interferent en direm x_{a+i} . Disposeu d'un dispositiu digital amb un convertidor AD i DA (que podeu considerar ideals) en el qual el vostre company de grup ha implementat un filtre banda-eliminada amb el mòdul d' $H(e^{j2\pi f})$ representat a la figura.



Observeu que el zero es troba a la freqüència discreta $f = 0.03$. D'aquest dispositiu només podeu modificar la freqüència de mostreig F_s .

- a) (5 punts) Escolliu adequadament la freqüència F_s per tal d'utilitzar el dispositiu digital per a mostrejar el senyal $x_{a+i}(t)$, eliminar el senyal interferent i tornar a obtenir un senyal analògic $y_a(t)$ amb un espectre semblant al d' $x_a(t)$.

Malauradament el vostre company de grup ha comès un error en la implementació del filtre. Vosaltres l'heu detectat i sabeu que realment el filtre banda-eliminada té un zero a la freqüència discreta $f = 0.06$. Enlloc de demanar-li que rectifiqui l'error (només ell pot modificar el dispositiu) us proposeu prescindir del seu ajut i buscar una altra solució.

- b) (5 punts) Escolliu novament la freqüència F_s que permet eliminar el senyal interferent.
- c) (10 punts) Quin és l'espectre del senyal $y_a(t)$ obtingut amb aquesta nova freqüència F_s ? Caldrà que el vostre company rectifiqui l'error?