

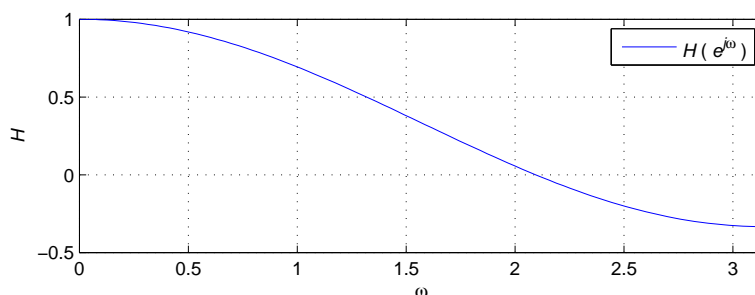
# Processament Digital del Senyal

## Prova Final. 21 de gener de 2014

Temps per a la resolució: 4 hores. Publicació de resultats: 30 de gener.

### 1 Exercicis curts

- Estudieu les propietats de linealitat, variància amb el temps i causalitat dels següents sistemes.
  - $y(n) = x(2n)$
  - $y(n) = x(-n)$
- Calculeu la funció de transferència  $H(z)$  i estudeu l'estabilitat dels següents sistemes.
  - $y(n) = 2.5y(n-1) - y(n-2) + x(n) + x(n-1)$
  - $y(n) = 2.5y(n-1) - y(n-2) + x(n) - 2x(n-1)$
  - $y(n) = -0.5y(n-1) + x(n-1)$
- Per a un sistema definit per  $H(z) = \frac{z^{-1}}{1-0.5z^{-1}}$ .
  - Calculeu la resposta  $h(n)$  a l'impuls  $\delta(n)$ .
  - Feu una representació gràfica d' $h(n)$  per  $-3 \leq n \leq 3$ .
- Per a un sistema definit per  $H(z) = \frac{z^{-1}}{1+0.5z^{-1}}$ .
  - Calculeu la resposta  $y(n)$  al graó  $u(n)$ .
  - Feu una representació gràfica d' $y(n)$  per  $-3 \leq n \leq 3$ .
- Considereu el filtre de mitjana mòbil  $y(n) = (x(n-1) + x(n) + x(n+1))/3$  amb la  $H(e^{j\omega})$  representada a la figura



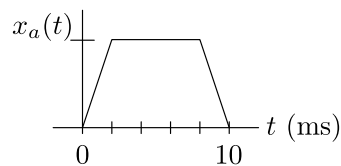
Calculeu la sortida  $y(n)$  en RPS per a l'entrada  $x(n) = (1 + \cos(2\pi 0.1n) + 2 \cos(2\pi 0.33n) + 3 \cos(2\pi 0.5n))u(n)$ .

- Calculeu la sortida  $y(n)$  en RPS del filtre de l'exercici anterior quan  $x(n)$  prové de la discretització de  $x_a(t) = (1 + \cos(2\pi 10^3 t) + \cos(2\pi 2 \cdot 10^3 t) + \cos(2\pi 3 \cdot 10^3 t))u(t)$ , usant  $F_m = 10$  kHz.

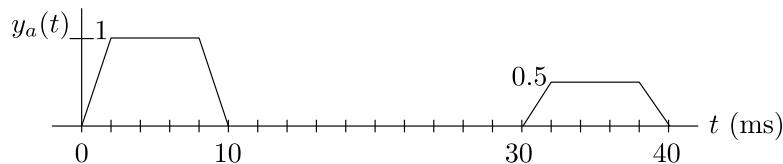
7. Calculeu la  $H(z)$  d'un sistema amb una resposta impulsional  $h(n) = (1/5)^n u(n-1)$  sabent que si  $x(n) \rightarrow X(z)$  aleshores  $x(n-k) \rightarrow X(z)z^{-k}$ .
8. Representeu gràficament  $y(t) = 2\text{sinc}(\frac{t}{3})$  sabent que  $\text{sinc}(t) = \frac{\sin(\pi t)}{\pi t}$ .
9. Disposem d'un sensor de temperatura amb una sensibilitat de  $10 \text{ mV}/^\circ\text{C}$ . Volem mesurar un rang de temperatura de  $0$  a  $100^\circ\text{C}$ . Si usem un convertidor A/D de  $10$  bits i un rang de  $0$  a  $5 \text{ V}$ , quina serà la resolució en temperatura que tindrem? Com ho faríem per augmentar la resolució a  $0.1^\circ\text{C}$ ?
10. Considereu un senyal mostrejat a  $F_s = 6 \text{ kHz}$  durant  $10 \text{ ms}$ . Quina és la resolució freqüencial  $\Delta F$  que podem tenir en fer la seva DFT? Un cop el senyal ja ha estat mostrejat com podem aconseguir  $\Delta F = 50 \text{ Hz}$ ?
11. Calculeu la DFT d' $x(n) = \{1, 2, 3, 2\}$ : ( $X(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n)e^{-j\frac{2\pi}{N}kn}$ ).
12. Implementeu  $H(z) = \frac{(1-e^{j\omega_0}z^{-1})(1-e^{-j\omega_0}z^{-1})}{(1-re^{j\omega_0}z^{-1})(1-re^{-j\omega_0}z^{-1})}$  usant la forma directa I i II.

## 2 Echo cancellation

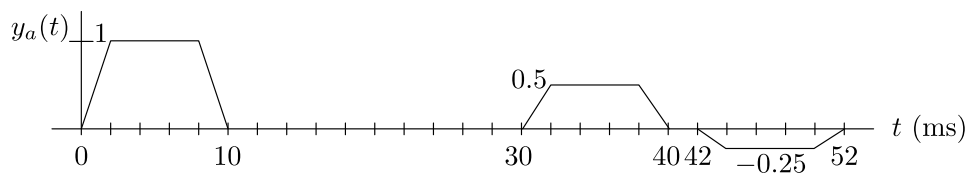
El fenomen d'eco es produeix quan un senyal ens arriba retardat amb una disminució d'amplitud. Aquest fenomen en senyals discrets es pot modelar amb:  $y(n) = x(n) + Ax(n-k)$ . Considereu una sala que s'excita amb el següent senyal  $x_a(t)$ .



Una observació del senyal rebut  $y_a(t)$  en la sala és la següent.

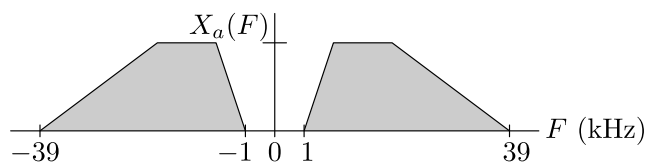


- a) Calculeu la  $H_{echo}(z)$  que modela la generació d'eco.
- b) Quins serien els paràmetres  $A$  i  $k$  d'un sistema discret equivalent que modela el fenomen de l'eco en aquesta sala si usem  $F_s = 10 \text{ kHz}$ ?
- c) Determineu una funció  $H_{cancel}(z)$  que elimini l'eco i us permeti recuperar  $x(n)$ . Penseu que una funció per la seva inversa és la identitat.
- d) Dissenyau un sistema de cancel·lació d'eco si l'observació del senyal rebut  $y_a(t)$  en la sala és la següent.

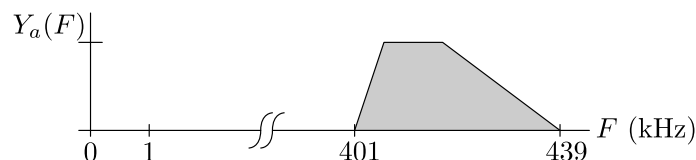


### 3 A direct conversion receiver

Considerem un senyal analògic  $x_a(t)$  amb la següent transformada de Fourier  $X_a(F)$ .



Aquest senyal pateix una modulació d'amplitud en banda lateral superior (AM-USB) que dona com a resultat el següent espectre  $Y_a(F)$ .



Considerem la desmodulació directa d'aquest senyal usant submostratge.

- Determineu totes les possibles freqüències de mostreig  $F_s$  que podríeu usar.
- Considerem la implementació de la conversió directa amb un microcontrolador (ATmega328P de l'Arduino Uno) que mostra cada cop que s'activa la interrupció del TMR0 (8bits). Si el microcontrolador usa  $F_{clk} = 16$  MHz, amb quins valors configurariem (si es possible) el TMR0 per a cadascuna de les  $F_s$  anteriors?
- De totes les  $F_s$  anteriors quina/quines usaríeu si existís un senyal interferent a  $F_i = 210$  kHz?
- Dibuixeu l'espectre resultant d'usar una conversió directa amb  $F_s = 110$  kHz a partir d' $Y_a(F)$ .

### 4 Conditional Probability: Bayes' Theorem

Un canal de comunicacions és compartit per dos usuaris  $A$  i  $B$ . El canal s'ha de compartir a parts iguals multiplexant en temps. Quan l'usuari  $A$  disposa del canal, envia el senyal  $x_A$ . Podem considerar el senyal  $x_A$  com una tensió que es troba durant un 25% del temps en l'interval  $(1.25, 2.5)$  i durant un 75% del temps en l'interval  $(3.75, 5)$ . Quan l'usuari  $B$  disposa del canal, envia el senyal  $x_B$ . Podem considerar el senyal  $x_B$  com una tensió que es troba durant un 50% del temps en l'interval  $(0, 1.25)$  i durant un 50% del temps en l'interval  $(3.75, 5)$ .

Us proposeu mostrejar el senyal amb un convertidor A/D (amb un rang de 0 a 5.) i a partir del valor mostreat estimar la probabilitat que qui estigui usant el canal sigui l'usuari  $A$  o  $B$ .

- Considerem que disposeu d'un convertidor A/D d'un bit (si tensió  $< 2.5 \implies$  bit='0' i si tensió  $> 2.5 \implies$  bit='1'). Calculeu la probabilitat que qui estigui usant el canal sigui l'usuari  $A$  o el  $B$  en funció del valor del bit.  $P(A \mid \text{bit} = '0')$ ,  $P(A \mid \text{bit} = '1')$ ,  $P(B \mid \text{bit} = '0')$  i  $P(B \mid \text{bit} = '1')$ .
- Considerem ara que disposeu d'un convertidor A/D de dos bits (si tensió  $< 1.25 \implies$  bits='00', si  $1.25 < \text{tensió} < 2.5 \implies$  bits='01' ...). Calculeu la probabilitat que qui estigui usant el canal sigui l'usuari  $A$  o el  $B$  en funció del valor dels bits.  $P(A \mid \text{bits} = '00')$ ,  $P(A \mid \text{bits} = '01')$ ... (observeu que bits='10' no és possible).

- c) Podríeu usar les estratègies anteriors per a, davant les queixes de l'usuari  $A$ , determinar si l'usuari  $B$  està fent un mal ús del canal (per exemple: l'usuari  $B$  està usant el canal durant un 75% del temps).