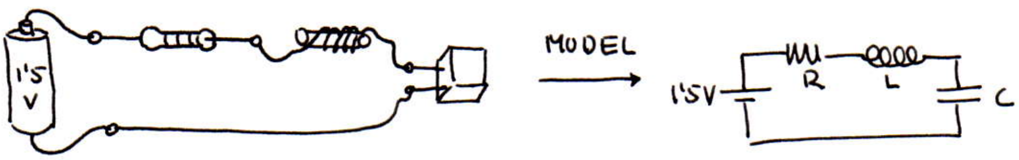
1. UN REPÀS DE LES BASES D'ANÀLISI DE CIRCUITS

1.1. ELEMENTS DE CIRCUIT

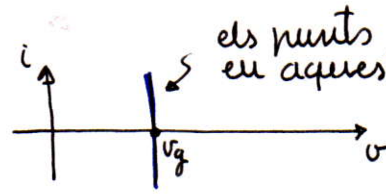
Recordem que tenim dispositius que utilitzarem al laboratori, però sobre el paper treballarem amb elements i models circuitals.



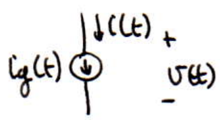
Més endavant ens trobarem amb sistemes que estaran distribuïts, que no considerarem que estiguin en un punt, els senyals es propagaran. Aquí considerarem que tot és puntual i instantani. Realment hi ha un retard, però és tant petit que no el considerem.
Anem a recordar els elements de circuit que més utilitzarem aquest curs:

→ FONT DE TENSIÓ:

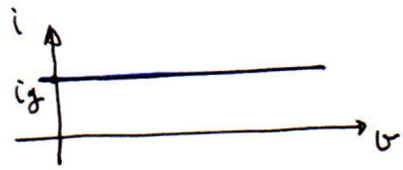
$$\begin{cases} v(t) = v_g(t) \\ i(t) = \text{qualsevol} \end{cases}$$



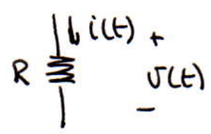
→ FONT DE CORRENT:



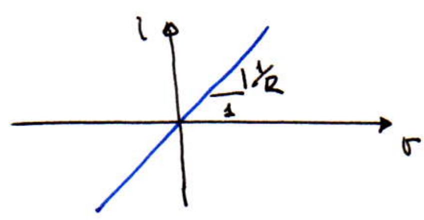
$$\begin{cases} v(t) = \text{qualsevol} \\ i(t) = i_g(t) \end{cases}$$



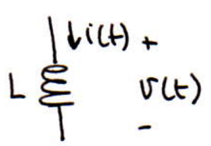
→ RESISTÈNCIA:



$$\begin{cases} v(t) = R \cdot i(t) \\ i(t) = \dfrac{v(t)}{R} \end{cases}$$

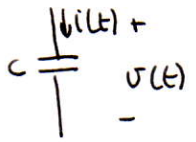


→ BOBINA:



$$\begin{cases} v(t) = L \dfrac{di(t)}{dt} \\ i(t) = \dfrac{1}{L} \displaystyle\int_{-\infty}^{t} v(\tau)\, d\tau \end{cases}$$

→ CONDENSADOR:

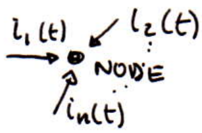


$$\begin{cases} v(t) = \dfrac{1}{C} \displaystyle\int_{-\infty}^{t} i(\tau)\, d\tau \\ i(t) = C \dfrac{dv(t)}{dt} \end{cases}$$

1.2. LLEIS D'INTERCONNEXIÓ

Recordem que les connexions en els circuits es regeixen per les lleis de Kirchhoff. Tenim dues lleis: la dels corrents (KCL) i la de les tensions (KVL).

→ **KCL**:

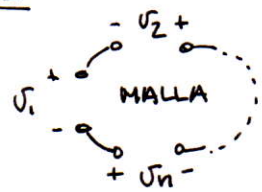


$\sum_{k=1}^{n} i_k(t) = 0$ La suma d'intensitats que arriben a un node és zero.

També podem dir:

$\sum i_k$ entrants $= \sum i_k$ sortints

→ **KVL**:



$\sum_{k=1}^{n} v_k(t) = 0$ La suma de tensions a la malla és zero.

També podem dir:

$\sum v_k$ sentit $\pm$ $= \sum v_k$ sentit $\mp$

1.3. MODELAT O SÍNTESI ELEMENTAL

A partir d'una equació amb una suma de tensions o intensitats podrem dibuixar el circuit, tenint en compte els KCL i KVL. Vegem-ho amb un parell d'exemples:

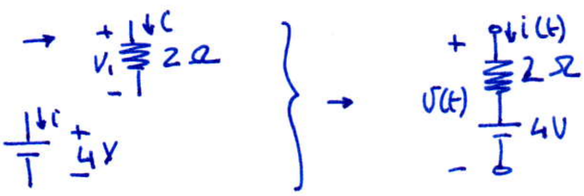
Exemple 1:

Dibuixar el model corresponent a l'expressió: $v(t) = 2 \cdot i(t) + 4$ [V]

Aquesta tensió és suma de dos termes. Segons KVL, tindrem la connexió sèrie de dos elements: $v(t) = v_1(t) + v_2(t)$.

$v_1(t) = 2 \cdot i(t)$ →

$v_2(t) = 4$ →



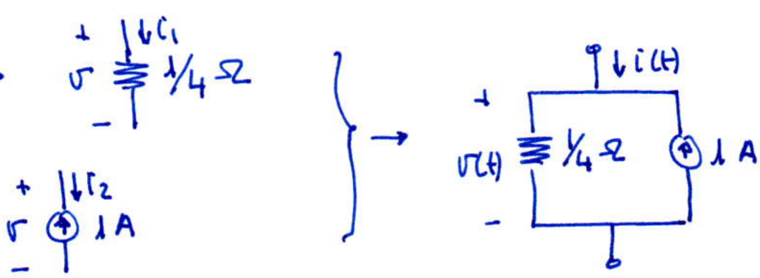
Exemple 2:

Dibuixar el model corresponent a l'expressió: $i(t) = 4 \cdot v(t) - 1$

Aquest corrent és suma de dos termes. Segons KCL, tindrem la connexió paral·lel de dos elements: $i(t) = i_1(t) + i_2(t)$.

$i_1(t) = 4 \cdot v(t)$ →

$i_2(t) = -1$ →



1.4. ANÀLISI SISTEMÀTICA

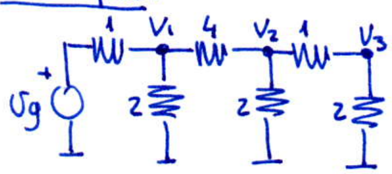
Recordem que l'anàlisi sistemàtica podia ser de dos tipus: el mètode nodal i pels corrents de malla. Recordem breument els dos mètodes.

1.4.1. MÈTODE DE LES TENSIONS NODALS

Utilitzem les tensions nodals com a variables generadores. La resta de variables del circuit es podran trobar a partir d'aquestes. Si tenim un circuit amb n tensions nodals desconegudes: $v_1, v_2, \dots, v_n$, haurem d'escriure n KCL's i tindrem un sistema amb n equacions i n incògnites.

Vegem-ho amb un exemple:

Exemple:



$$\left.\begin{aligned}
&\frac{v_1-v_g}{1}+\frac{v_1}{2}+\frac{v_1-v_2}{4}=0\\
&\frac{v_2-v_1}{4}+\frac{v_2}{2}+\frac{v_2-v_3}{1}=0\\
&\frac{v_3-v_2}{1}+\frac{v_3}{2}=0
\end{aligned}\right\}$$

Arreglant aquestes equacions i passant els termes coneguts al segon membre, trobarem:

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{4} & -\frac{1}{4} & 0 \\ -\frac{1}{4} & \frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{4} & -\frac{1}{1} \\ 0 & -\frac{1}{1} & \frac{1}{1}+\frac{1}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_g \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{resolent}} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0'5909\, v_g \\ 0'1364\, v_g \\ 0'0909\, v_g \end{bmatrix}$$

Recordem que aquesta matriu es podia plantejar directament si recordem que:

- → Diagonal: Suma de conductàncies que arriben al node.
- → Fora de la diagonal: conductàncies que comparteixen nodes (negatiu)
- → Segon membre: Fonts de corrent que entren al node. Si surten posem negatiu.

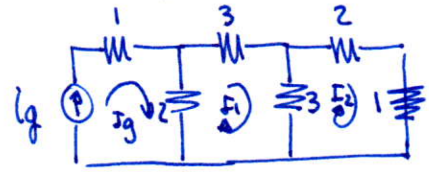
És important fer servir el mètode nodal si el circuit té menys nodes que malles, i no és fàcil plantejar les equacions a simple vista.

1.4.2. MÈTODE DELS CORRENTS DE MALLA

Ara utilitzem els corrents de malla com a variables generadores. La resta de variables del circuit es podran trobar a partir d'aquestes. Si tenim un circuit amb n corrents de malla desconeguts: $i_1, i_2, \dots, i_n$, haurem d'escriure n KVL's i tindrem un sistema amb n equacions i n incògnites.

Vegem-ho amb un exemple:

Exemple:



$$(I_1 - I_g)\cdot 2 + I_1\cdot 3 + (I_1 - I_2)\cdot 3 = 0$$
$$(I_2 - I_1)\cdot 3 + I_2\cdot 2 + I_2\cdot 1 = 0$$

Arreglant les equacions i passant els termes coneguts al segon membre trobarem:

$$\begin{bmatrix} 2+3+3 & -3 \\ -3 & 3+2+1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 I_g \\ 0 \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{resolent}} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{8}{13} \\ \frac{4}{13} \end{bmatrix}$$

Recordem que aquesta matriu es podria escriure directament si tenim en compte que:

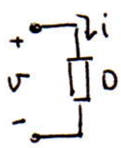
- → Diagonal: Suma de resistències que estan a la malla.
- → Fora de la diagonal: Resistències que comparteixen malles (negatiu)
- → Segon membre: Fonts de tensió. Positives si en sentit horari sortim pel positiu. Sinó negatives.

Serà interessant fer servir el mètode dels corrents de malla si el circuit té menys malles que nodes i es fa difícil plantejar les equacions a simple vista.

1.5. CARACTERITZACIÓ D'ELEMENTS MÉS COMPLEXOS: ELS BIPORTS

Fins ara hem treballat amb elements i circuits. Un element és un monoport.

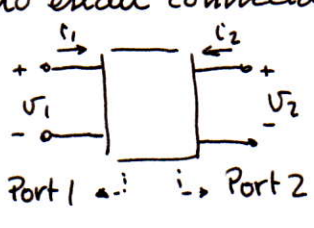
→ MONOPORT: És un element sol que es connecta per un parell de terminals.



Podria ser una resistència, condensador, bobina, diode, ...
És caracteritzaria per una equació amb dos variables, una independent i una de dependent.

Però hi ha altres elements o circuits que tenen més terminals i que no es poden caracteritzar amb una sola equació. Estaríem parlant de biports.

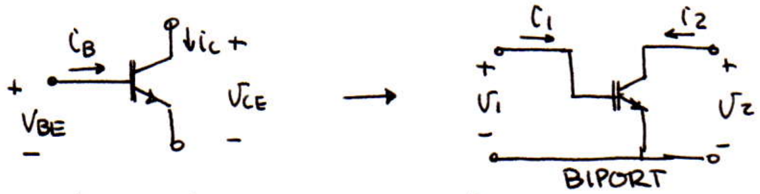
→ BIPORT: És un element o circuit que té dos parells de terminals que no estan connectats directament entre ells.



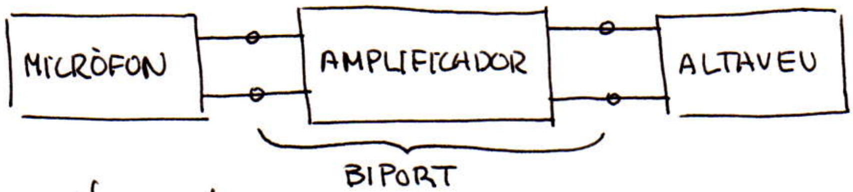
Pot ser un element com el potenciòmetre o el transistor, o un circuit. És caracteritzaria per dues equacions i 4 variables, dues d'independents i dues de dependents.

Els biports són molt utilitzats. Veuem alguns casos que serien biports:

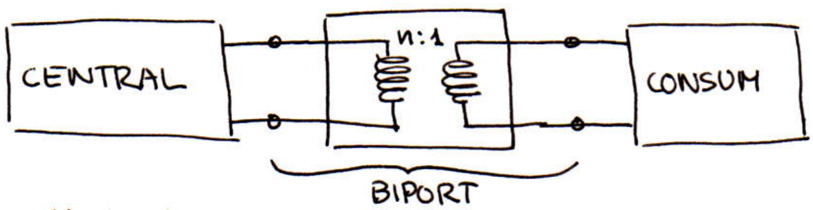
→ Alguns elements com el transistor per exemple:



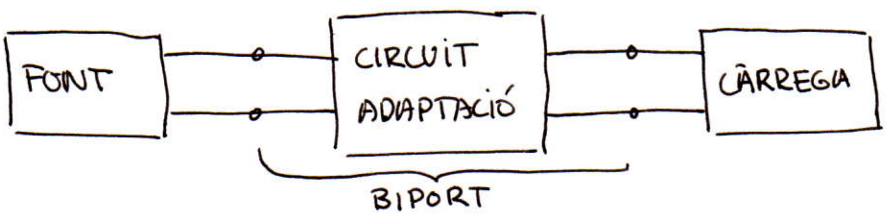
→ Com a element d'acoplament entre una font i una càrrega, com un amplificador:



→ Els transformadors:



→ Circuits d'adaptació d'impedàncies per aconseguir màxima transferència de potència:



Un monoport es regeix per dues variables, i una està en funció de l'altra:

$i = f(v)$ un monoport és diu també bipol. compte no

$v = f(i)$ confondre-ho amb biport.

En un biport hi ha dues equacions amb 4 variables. Podrem trobar 6 relacions entre elles, que són les següents.

PARÀMETRES R
(o controlats per corrent)

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} = f \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix}$$

PARÀMETRES G
(o controlats per tensió)

$$\begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = f \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix}$$

PARÀMETRES DE TRANSMISSIÓ 1

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ i_1 \end{bmatrix} = f \begin{bmatrix} v_2 \\ i_2 \end{bmatrix}$$

PARÀMETRES DE TRANSMISSIÓ 2

$$\begin{bmatrix} v_2 \\ i_2 \end{bmatrix} = f \begin{bmatrix} v_1 \\ i_1 \end{bmatrix}$$

PARÀMETRES HÍBRIDS 1

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = f\begin{bmatrix} i_1 \\ v_2 \end{bmatrix}$$

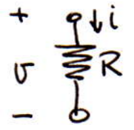
PARÀMETRES HÍBRIDS 2

$$\begin{bmatrix} i_1 \\ v_2 \end{bmatrix} = f\begin{bmatrix} v_1 \\ i_2 \end{bmatrix}$$

Així doncs, qualsevol biport que tinguem, el podrem caracteritzar sempre amb alguns d'aquests paràmetres. Estudiarem amb més detall els paràmetres R, tenint en compte que pels altres utilitzarem els mateixos mètodes.

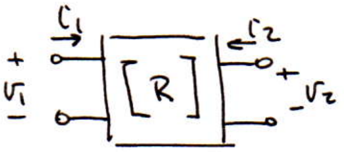
1.6. PARÀMETRES R

Quan teníem un monoport, com per exemple una resistència, teníem la següent equació:



$v = R \cdot i$ on v era la sortida o incògnita, i era l'entrada o dada

Ara, que tenim dos ports, tindrem 4 variables i dues equacions que es poden escriure en forma de matriu



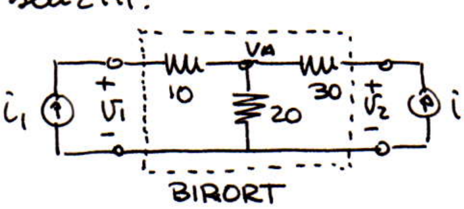
$$\underbrace{\begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix}}_{\text{sortides incògnites}} = \begin{bmatrix} R_{11} & R_{12} \\ R_{21} & R_{22} \end{bmatrix} \underbrace{\begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix}}_{\text{entrades dades}}$$

1.6.1. COM CALCULAR LA MATRIU R

Ara sabem que podem caracteritzar un biport amb la matriu de paràmetres R. Ara queda per veure com podem calcular aquesta matriu. A continuació veurem que es pot fer de dues maneres.

→ MÈTODE DIRECTE:

Veiem com es fa a partir d'un exemple amb un circuit resistiu senzill.



Ho analitzarem buscant v_1 i v_2 en funció de i_1 i i_2. Ho podem fer de dues maneres: Hem de pensar que, depenent del circuit, serà més útil un mètode o un altre.

1) Mètode sistemàtic: Plantejaríem KCL's o KVL's, o escriuríem la matriu directament. En aquest cas, ho faríem pel mètode nodal.

$$\left.\begin{aligned} &\frac{v_1 - v_A}{10} = i_1 \\ &\frac{v_A - v_1}{10} + \frac{v_A}{20} + \frac{v_A - v_2}{30} = 0 \\ &\frac{v_2 - v_A}{30} = i_2 \end{aligned}\right\} \begin{bmatrix} \frac{1}{10} & -\frac{1}{10} & 0 \\ -\frac{1}{10} & \frac{1}{10} + \frac{1}{20} + \frac{1}{30} & -\frac{1}{30} \\ 0 & -\frac{1}{30} & \frac{1}{30} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_A \\ v_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_1 \\ 0 \\ i_2 \end{bmatrix}$$

Es pot plantejar directament la matriu, o s'hi arriba a partir dels KCL's.

2) Plantejant equacions: Plantegem equacions sense seguir cap mètode sistemàtic.

$$v_1 = 10 i_1 + 20(i_1+i_2)$$
$$v_2 = 30 i_2 + 20(i_1+i_2)$$

Fent-ho com 1), resoldríem el sistema, a mà o amb alguna eina matemàtica, com la utilitzada a les assignatures de matemàtiques o com l'octave. Si ho fem com 2), haurem d'arreglar aquestes expressions.
En qualsevol dels dos casos obtindrem:

$$\left.\begin{array}{l} v_1 = 30 i_1 + 20 i_2 \\ v_A = 20 i_1 + 20 i_2 \\ v_2 = 20 i_1 + 50 i_2 \end{array}\right\} \text{ D'aquí obtindríem la matriu } \longrightarrow \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 30 & 20 \\ 20 & 50 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix}$$

→ SEGONS EL SIGNIFICAT:
Amb aquest mètode, enlloc d'escriure la matriu escriurem les equacions, i buscarem cada paràmetre un a un. Aquest mètode es pot utilitzar sobre el paper, però també al laboratori.
Segons la matriu de paràmetres R, tenim:

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{11} & R_{12} \\ R_{21} & R_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{Escrivim les equacions}} \begin{array}{l} v_1 = R_{11} i_1 + R_{12} i_2 \\ v_2 = R_{21} i_1 + R_{22} i_2 \end{array}$$

Si $i_2 = 0 \Rightarrow v_1 = R_{11} i_1 \Rightarrow R_{11} = \left.\frac{v_1}{i_1}\right|_{i_2=0}$ → Trobaríem R_{11}

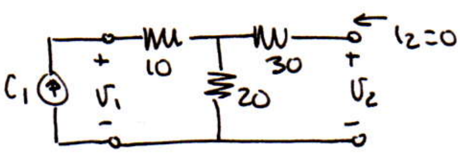
↳ $v_2 = R_{21} i_1 \Rightarrow R_{21} = \left.\frac{v_2}{i_1}\right|_{i_2=0}$ → Trobaríem R_{21}

Si $i_1 = 0 \Rightarrow v_1 = R_{12} i_2 \Rightarrow R_{12} = \left.\frac{v_1}{i_2}\right|_{i_1=0}$ → Trobaríem R_{12}

↳ $v_2 = R_{22} i_2 \Rightarrow R_{22} = \left.\frac{v_2}{i_2}\right|_{i_1=0}$ → Trobaríem R_{22}

Vegem com ho faríem amb el mateix circuit d'abans:

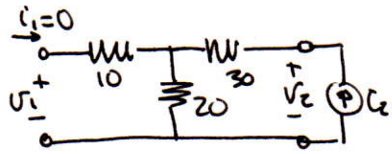
$i_2 = 0 \Rightarrow$



$v_1 = 10 i_1 + 20 i_1 = 30 i_1 \Rightarrow R_{11} = \left.\frac{v_1}{i_1}\right|_{i_2=0} = 30$

$v_2 = 20 i_1 \Rightarrow R_{21} = \left.\frac{v_2}{i_1}\right|_{i_2=0} = 20$

$i_1 = 0 \Rightarrow$



$v_1 = 20 i_2 \Rightarrow R_{12} = \left.\frac{v_1}{i_2}\right|_{i_1=0} = 20$

$v_2 = 20 i_2 + 30 i_2 = 50 i_2 \Rightarrow R_{22} = \left.\frac{v_2}{i_2}\right|_{i_1=0} = 50$

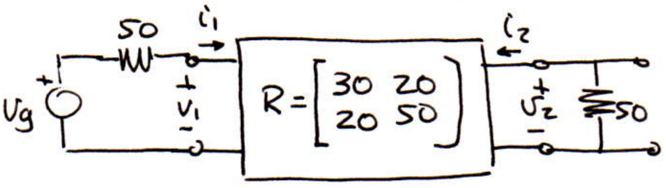
Així la matriu seria:

$$R = \begin{bmatrix} 30 & 20 \\ 20 & 50 \end{bmatrix}$$

1.6.2. COM APROFITAR LA MATRIU DE PARÀMETRES R

Normalment no tindrem els biports de manera aïllada, sinó que els acostumarem a tenir connectats a altres circuits i elements. En el cas de tenir-los enmig d'un circuit, tindrem les equacions del biport, i també d'altres degudes a la resta del circuit. El fet de conèixer els paràmetres del biport, ens pot simplificar la tasca d'anàlisi.

Anem ara a connectar el biport anterior, que ja coneixem, a una font i una càrrega, tal com es mostra a continuació:



Volem trobar la tensió de sortida, que serà v_2. Miraren de fer-ho aprofitant la informació que ja sabem.

$$\left.\begin{aligned} v_g &= 50i_1 + v_1 \\ v_2 &= -50i_2 \end{aligned}\right\}$$ substituïm v_1 i v_2 per les expressions que ja coneixem. $\rightarrow$

$$50i_1 + \underbrace{30i_1 + 20i_2}_{v_1} = v_g$$
$$\underbrace{20i_1 + 50i_2}_{v_2} + 50i_2 = 0$$

Arreglant les expressions ens quedaria la següent matriu:

$$\begin{aligned} 80i_1 + 20i_2 &= v_g \\ 20i_1 + 100i_2 &= 0 \end{aligned} \quad\rightarrow\quad \begin{bmatrix}80 & 20\\ 20 & 100\end{bmatrix}\begin{bmatrix}i_1\\ i_2\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}v_g\\ 0\end{bmatrix}$$

Ara caldria resoldre el sistema pel mètode que vulguem. En aquest cas va bé fer-ho per substitució:

$$80i_1 + 20i_2 = v_g$$
$$20i_1 + 100i_2 = 0 \rightarrow i_1 = -5i_2 \rightarrow$$ ho substituïm a l'altra equació.
$$-400i_2 + 20i_2 = v_g \Rightarrow i_2 = -\frac{v_g}{380} \rightarrow \text{si } i_1 = -5i_2 \Rightarrow i_1 = \frac{5}{380}v_g$$

Com que $v_2 = -50i_2 \Rightarrow \boxed{v_2 = \frac{50}{380}v_g}$

1.6.3. MODEL EQUIVALENT

Podem intentar buscar als biports un model equivalent, que estigui basat en fonts controlades.

Si continuem treballant amb el mateix biport, recordem que teníem les equacions següents:

$$v_1 = 30i_1 + 20i_2$$
$$v_2 = 20i_1 + 50i_2$$

Veiem que cada equació està composada per dos termes. Mirem de representar cadascun d'ells per un element conegut:

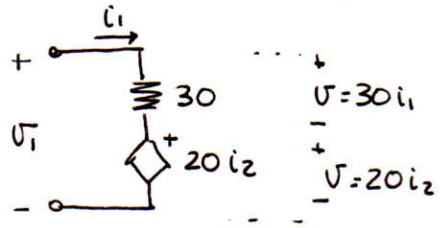
Comencem per la primera equació que representa v_1:

$v_1 = \underbrace{30 i_1}_{} + \underbrace{20 i_2}_{}$

↳ font de tensió controlada per intensitat, la qual entra per la sortida del biport (port 2).

↳ Resistència de valor 30.

Dibuixem el circuit equivalent:



Com que estan les dues tensions en sèrie, tenim:

$$v_1 = 30 i_1 + 20 i_2$$

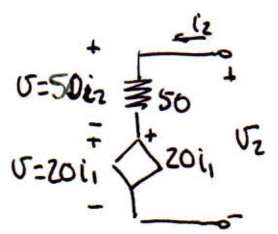
Que és el que desitgem

Agafem ara la segona equació que representa el port de sortida:

$v_2 = \underbrace{20 i_1}_{} + \underbrace{50 i_2}_{}$

↳ Resistència de valor 50

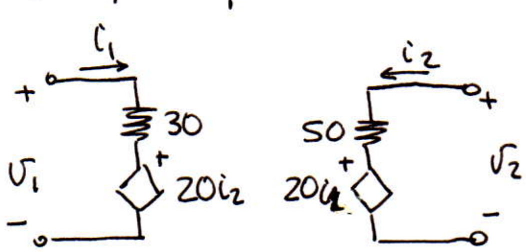
↳ font de tensió controlada per intensitat, la qual entra per l'entrada del biport (port 1).



Igual que abans, tenim les dues tensions en sèrie, i obtindrem la suma que desitgem.

$$v_2 = 20 i_1 + 50 i_2$$

Així el biport quedaria modelat de la següent manera:



1.6.4. REPRESENTACIÓ GRÀFICA

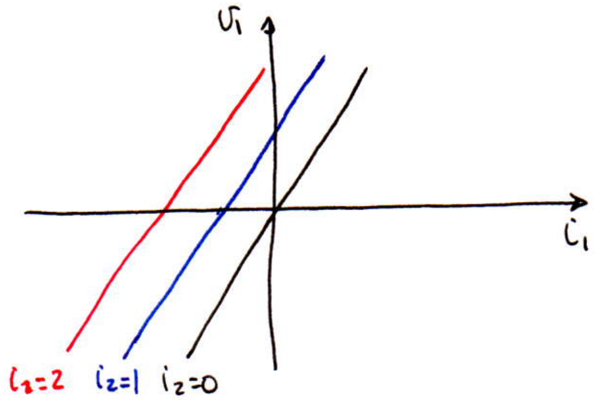
Un biport també el podem representar gràficament, encara que és complicat. Com que tenim un sistema d'equacions, tenim 4 variables i això no ho sabem dibuixar, així que haurem de buscar alguna estratègia per fer-ho.

Una possible manera de fer la gràfica seria, per cadascuna de les tensions, fixar una de les intensitats i dibuixar la recta. Si això ho fem per diverses intensitats, tindrem diverses rectes.

Comencem per v_1:

$v_1 = 30 i_1 + 20 i_2$

- Si $i_2 = 0 \Rightarrow v_1 = 30 i_1$
- Si $i_2 = 1 \Rightarrow v_1 = 30 i_1 + 20$
- Si $i_2 = 2 \Rightarrow v_1 = 30 i_1 + 40$

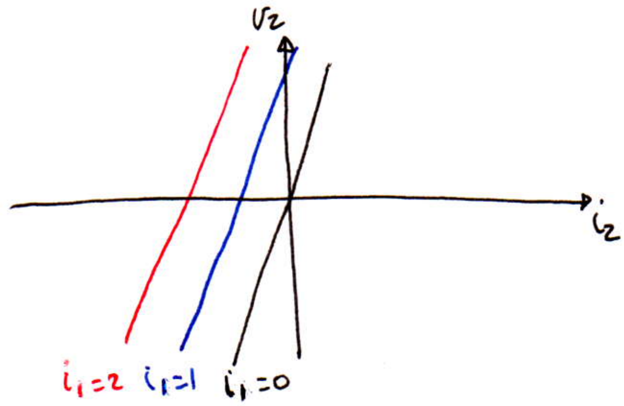


Veiem que obtenim un conjunt de rectes paral·leles:

Fem el mateix per v_2:

$v_2 = 20 i_1 + 50 i_2$

- Si $i_1 = 0 \Rightarrow v_2 = 50 i_2$
- Si $i_1 = 1 \Rightarrow v_2 = 50 i_2 + 20$
- Si $i_1 = 2 \Rightarrow v_2 = 50 i_2 + 40$



També obtindrem un conjunt de rectes paral·leles

Els quatre aspectes que acabem d'estudiar pels paràmetres R, els treballaríem de la mateixa manera per la resta de paràmetres.

1.7. BIPORTS INTERESSANTS

Hi ha alguns biports que ja coneixem, però no com a tals, i que val la pena estudiar des d'aquest punt de vista. Vegem-los a continuació.

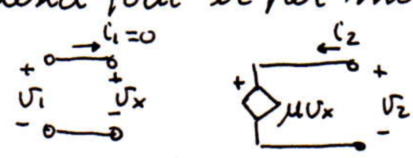
1.7.1. FONTS CONTROLADES

Les fonts controlades ja les vam estudiar com elements. Ara podem veure com es comporten com a biports.

Les veurem totes quatre:

→ FONT DE TENSIÓ CONTROLADA PER TENSIÓ (voltage-controlled voltage source)

Aquesta font té per model:



μ és l'amplificació de tensió

$i_1 = 0$

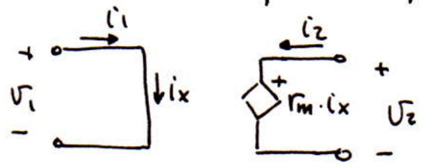
$v_2 = \mu v_1$ (ja que $v_x = v_1$)

Amb aquestes equacions que hem pogut escriure fàcilment, el més interessant serà utilitzar els paràmetres híbrids 2. D'aquesta manera, el biport quedarà representat per:

$$\begin{bmatrix} i_1 \\ v_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \mu & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ i_2 \end{bmatrix}$$

Si voléssim trobar els paràmetres híbrids 1, caldria trobar la inversa d'aquesta matriu, però no en té (té 0's a la diagonal).

→ FONT DE TENSIÓ CONTROLADA PER INTENSITAT
(current-controlled voltage source).
El model d'aquesta font era:



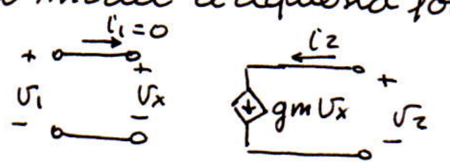
r_m és la transresistència
$v_1 = 0$
$v_2 = r_m \cdot i_x = r_m \cdot i_1$

Amb aquestes equacions, serà més senzill utilitzar els paràmetres R. Així tindrem:

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ r_m & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix}$$

Igual que pel cas anterior, aquesta matriu no té inversa, per tant no podrem trobar els paràmetres G.

→ FONT D'INTENSITAT CONTROLADA PER TENSIÓ:
(voltage-controlled current source).
El model d'aquesta font és:



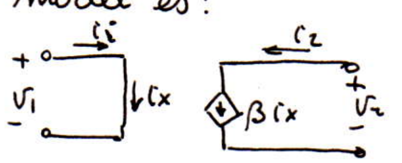
g_m és la transconductància
$i_1 = 0$
$i_2 = g_m v_1$ (i $v_1 = v_x$)

Amb aquestes equacions seria còmode utilitzar els paràmetres G.

$$\begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ g_m & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix}$$

Igual que en els dos casos anteriors, aquesta matriu no té inversa.

→ FONT D'INTENSITAT CONTROLADA PER INTENSITAT
(current-controlled current source).
El model és:



β és l'amplificació de corrent
$v_1 = 0$
$i_2 = \beta i_1$

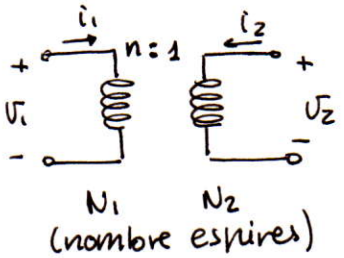
En aquest cas utilitzarem els paràmetres híbrids 1:

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \beta & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ v_2 \end{bmatrix}$$

En aquest cas, tampoc existirà la matriu inversa.

1.7.2. EL TRANSFORMADOR IDEAL

El transformador és un element que no havíem vist encara, però que és present a molts llocs de la llar: timbre, ràdios, carregadors de dispositius mòbils. Aquest element es pot estudiar com un bipol, de manera que el coneixerem breument en aquest apartat. Veurem l'ideal. El real està muntat en un mateix nucli, l'ideal té les dues bobines en nuclis separats.



n és la relació de transformació i depèn del nombre d'espires de cada bobina: $n = N_1/N_2$

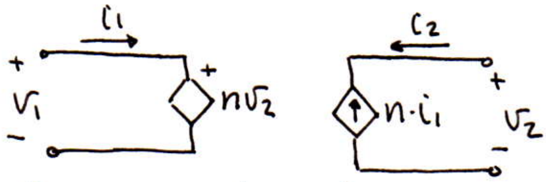
$v_1 = n \cdot v_2$ les tensions són proporcionals al nombre d'espires.

$-i_2 = n \cdot i_1$ o també $i_1 = -i_2/n$

Podríem escriure fàcilment, a partir de les equacions anteriors, la matriu de paràmetres híbrids 1.

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & n \\ -n & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ v_2 \end{bmatrix}$$

Intentem modelar el transformador ideal, trobant-li un model equivalent amb fonts controlades:



Veiem que compleix:

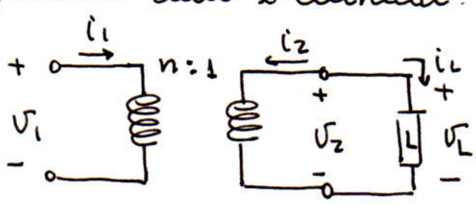
$v_1 = n v_2$

$-i_2 = n \cdot i_1$

Si trobem un transformador enmig d'un circuit, amb aquest model ens serà més fàcil fer l'anàlisi.

Ara que hem començat a parlar d'aquest element, aprofitem per conèixer-lo una mica millor.
En primer lloc que el transformador real només admet senyals alterns, però l'ideal tant d'alterns com de continus.
Cal dir també que té dues propietats interessants:

→ POTENCIA: El transformador ideal no perd potència, la que arriba a la sortida es la mateixa que hi ha a l'entrada.
Veiem-ho en un cas concret on posem una càrrega al transformador i busquem la potència absorvida per aquesta, en comparació amb l'entrada.



$P_L(t) = v_L(t) \cdot i_L(t)$

$P_1(t) = v_1(t) \cdot i_1(t) = \cancel{n} v_2(t) \cdot \dfrac{-i_2(t)}{\cancel{n}} = v_L(t) \cdot i_L(t)$

Pertant, $P_1(t) = P_L(t)$

Veiem doncs que les dues potències són iguals, així, el transformador no es queda potència.

Podríem posar un exemple anàlog però en el camp mecànic. Suposem els engranatges del canvi d'una bici, que serveixen per canviar la velocitat, però la potència és la mateixa.

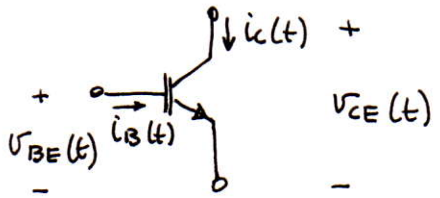
→ RESISTÈNCIA: Veurem que la resistència d'entrada és proporcional a la resistència de càrrega.
Calculem doncs el quocient v_1/i_1 que seria la resistència vista a l'entrada.

$$\frac{v_1}{i_1} = \frac{n v_2}{-\frac{i_2}{n}} = n^2 \frac{v_2}{-i_2} = n^2 \frac{v_L}{i_L} \Rightarrow R_{in} = n^2 R_L$$

n depèn de la relació del nombre d'espires als dos ports, i pot ser qualsevol. Si n és gran, podríem tenir una R_{in} també molt elevada.

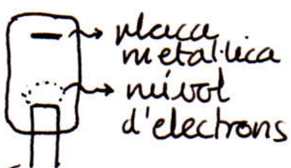
1.8. EL TRANSISTOR NPN

El transistor es podria representar com un biport, però és no lineal, i no es podria representar amb els paràmetres que hem estudiat. Malgrat tot és interessant veure una mica el seu comportament. Vegem primer el seu símbol:



El transistor bipolar té 3 terminals:
B → Base
E → Emisor
C → Colector

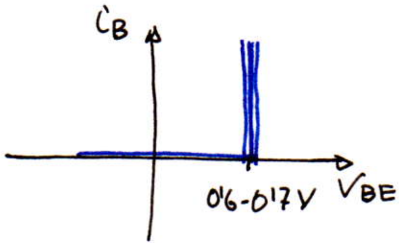
Parlem ara de la seva construcció. Està construït amb un semiconductor que es dopa (s'hi afegeixen impureses), de manera que es formen capes npn. La fletxa en l'emisor que està sortint indica que és npn. També hi hauria el pnp, però no s'utilitza tant.
Aquest és un element actiu i permet amplificar.
Abans de l'aparició dels transistors, s'utilitzaven vàlvules per amplificar:

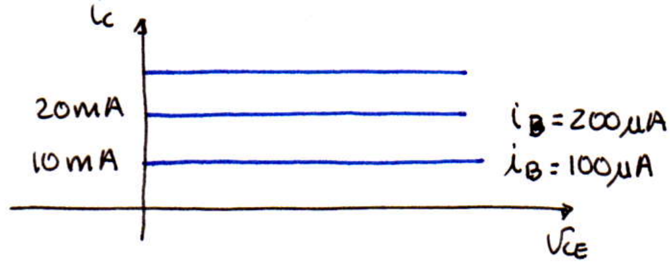


Si tenim una polaritat ± (entre placa i filament), tenim una tensió positiva i passa corrent. En cas de polaritat inversa, no conduiria. La base del funcionament s'assembla a la d'un díode.

Amb el transistor és tot més senzill que amb les vàlvules, i ara ja no s'utilitzen.

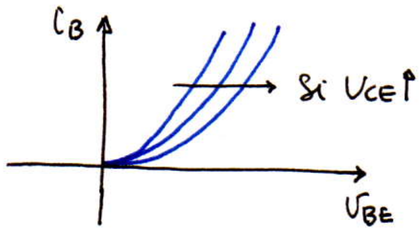
Veiem quin seria el comportament del transistor ideal:

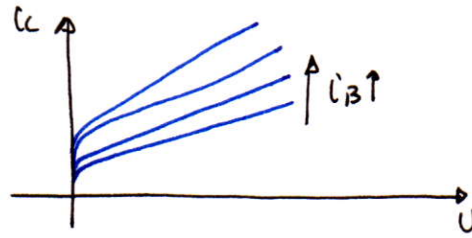




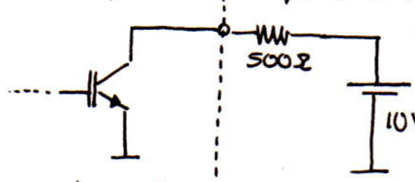
La gràfica $i_B - v_{BE}$ té un comportament similar al del diode (recordant sempre que estem en el cas ideal).
Per la gràfica $i_C - v_{CE}$, tindrem diferents rectes per diferents valors de i_B. En la gràfica es donen valors orientatius.
L'entrada, doncs, es comporta com un diode, i la sortida depèn també de l'entrada.

Veiem ara com serien aquestes gràfiques pel transistor real:





Si ens fixem amb el transistor ideal, veiem que i_C no depèn de V_{CE}. A la sortida es comportaria com una font de corrent que es governada per la intensitat de base. (la multiplica aproximadament per 100).



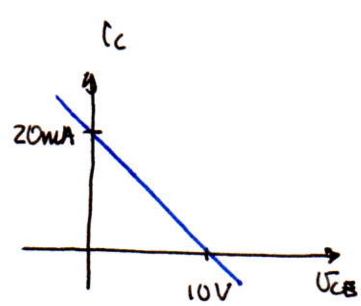
Aquesta part es regeix per les corbes del transistor

→ Aquesta part ens diu:

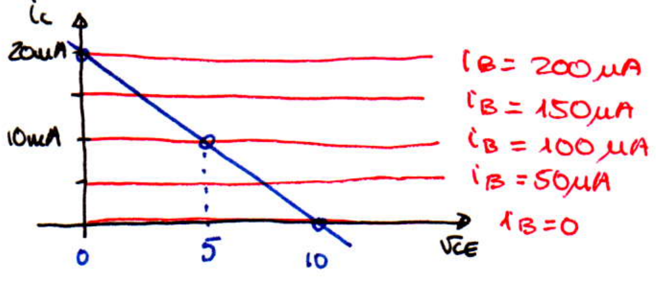
$V_{CE} = 0V \Rightarrow i_C = \dfrac{10V}{500\Omega} = 20mA$

$V_{CE} = 5V \Rightarrow i_C = \dfrac{5V}{500\Omega} = 10mA$

$V_{CE} = 10V \Rightarrow i_C = 0$



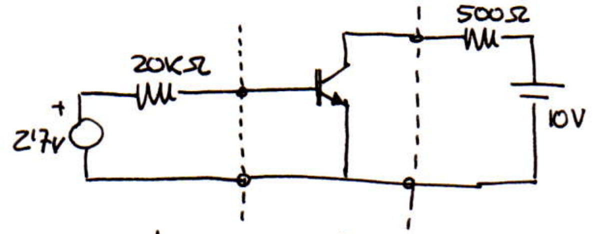
A l'ajuntar els dos circuits, caldrà que es compleixin les dues condicions, per tant haurem de mirar els punts de creuament:



Si $i_B: 0\mu A$, $i_C = 0mA \Rightarrow V_{CE} = 10V$
Si $i_B: 50\mu A$, $i_C = 5mA \Rightarrow V_{CE} = 7'5V$
Si $i_B: 100\mu A$, $i_C = 10mA \Rightarrow V_{CE} = 5V$
Si $i_B: 150\mu A$, $i_C = 15mA \Rightarrow V_{CE} = 2'5V$
Si $i_B: 200\mu A$, $i_C = 20mA \Rightarrow V_{CE} = 0V$

Això ho fem per veure com es comporta el transistor dins un circuit.

Afegint aquesta part de circuit, hem vist què passava a la sortida. Ara afegirem una part de circuit extern a l'entrada per veure què hi passa, quines restriccions hi ha.



La font a la sortida és necessària per tal que les gràfiques s'intersectin en el lloc que més ens interessa.

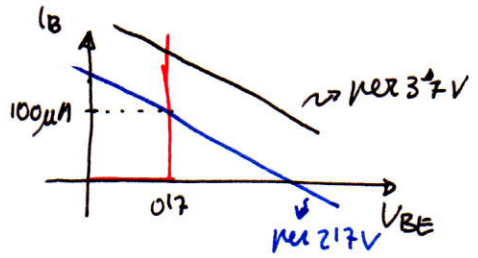
Donem alguns valors i veiem què passa a l'entrada:

Si $V_{BE} = 0 \rightarrow i_B = \frac{2'7V}{20K\Omega} = 135\mu A$

Si $V_{BE} = 0'7V \rightarrow i_B = \frac{2V}{20K\Omega} = 100\mu A$

Aquests dos punts ens donaran una recta, que ens fixarà les restriccions al connectar el transistor.

Dibuixem ara tant la corba del transistor a l'entrada com la recta que acabem de trobar, per veure el comportament a l'entrada:



Tenim, en vermell, la corba del transistor i en blau la recta deguda al circuit. Així el circuit treballa a 100µA i 0'7V. Si es vol veure què passa per altres i_B, posaríem una font diferent al circuit, per exemple 3'7V (recta en negre).

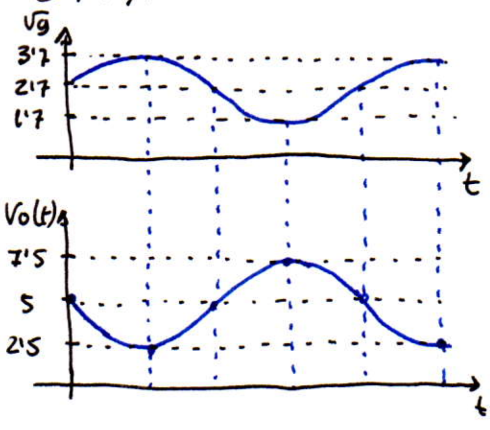
Fixem-nos ara què passa en conjunt a tot el circuit:

Si $v_{ent} = 1'7 \Rightarrow i_B = \frac{1V}{20K\Omega} = 50\mu A \Rightarrow V_{CE} = 7'5V$ (mirant corbes de sortida)

Si $v_{ent} = 2'7 \Rightarrow i_B = \frac{2V}{20K\Omega} = 100\mu A \Rightarrow V_{CE} = 5V$

Si $v_{ent} = 3'7 \Rightarrow i_B = \frac{3V}{20K\Omega} = 150\mu A \Rightarrow V_{CE} = 2'5V$

Ara ens fixarem què passa amb la relació entre l'entrada ($v_i = v_g$) i la sortida ($v_o = v_{CE}$). Suposem que el senyal a l'entrada és un sinus centrat a 2'7 i d'amplitud 1 (per tant va de 1'7 a 3'7V).



Veiem que a la sortida tenim el senyal amplificat i invertit. Per tant hem fet un amplificador inversor.

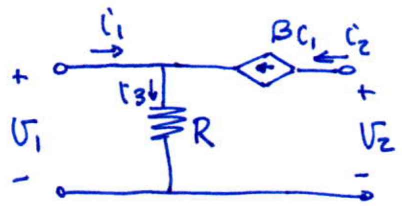
Un amplificador inversor també el podíem fer amb l'A.O, i era força senzill, però hem de tenir en compte que l'AO era un integrat, format per molts elements diferents, entre ells transistors. Per tant, si es pot fer amb un sol transistor, serà molt millor.

Anem a veure quines són les principals diferències i aplicacions de l'AO i transistor, ja que cadascun té les seves aplicacions.

El transistor, per exemple, pot funcionar a freqüències més elevades, cosa que l'AO no.
L'AO, en canvi, pot tenir un rang de valors a l'entrada més alt que el transistor (amb el transistor no tenim entrades negatives).
Però el transistor pot tenir a l'entrada senyals de més tensió i més intensitat.

EXEMPLE:

Trobar els paràmetres híbrids I del següent circuit:



$$\begin{bmatrix} v_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = H' \begin{bmatrix} i_1 \\ v_2 \end{bmatrix}$$

i_2 es troba fàcilment per inspecció del circuit:

$i_2 = \beta i_1$

Per trobar v_1, haurem de trobar primer i_3:

$i_3 = i_1 + i_2 = i_1 + \beta i_1 = i_1(1+\beta)$

$v_1 = R \cdot i_3 = R(1+\beta)\, i_1$

Ara ja podem escriure la matriu:

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R(1+\beta) & 0 \\ \beta & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ v_2 \end{bmatrix}$$