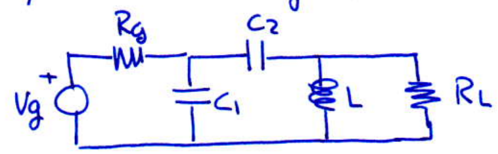
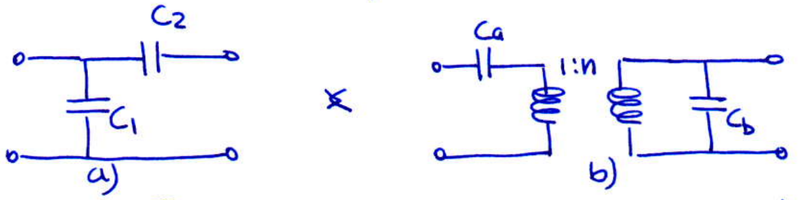
EXEMPLE COMBINAT:

Suposem el següent circuit:



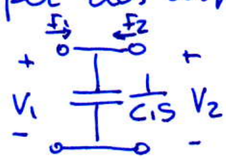
Serveix per adaptar impedàncies, però a la vegada és un filtre pas banda.

Comprovem primer que els dos circuits següents són equivalents:



Per demostrar això, buscarem la matriu de paràmetres T dels dos biports i els compararem.

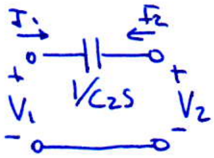
Busquem la matriu del biport a) suposant que està format per dos biports en cascada:



$V_1 = V_2$

$(I_1+I_2)\frac{1}{C_1 s} = V_2 \rightarrow I_1 = C_1 s V_2 - I_2$

$\rightarrow T_{a1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ C_1 s & -1 \end{bmatrix}$



$V_1 = V_2 - I_2\frac{1}{C_2 s}$

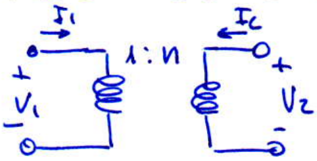
$I_1 = -I_2$

$\rightarrow T_{a2} = \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{C_2 s} \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$

Per multiplicar les matrius quan tenim biports en cascada necessitem utilitzar $-I_2$, de manera que:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ C_1 s & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 1/C_2 s \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1/C_2 s \\ C_1 s & C_1/C_2 + 1 \end{bmatrix}$$

Fem ara el mateix procés per trobar la matriu T del biport b).



$V_2 = nV_1 \rightarrow V_1 = \frac{V_2}{n}$

$I_1 = -nI_2$

$\rightarrow T_{b2} = \begin{bmatrix} 1/n & 0 \\ 0 & -n \end{bmatrix} \xrightarrow[-I_2]{\text{Amb}} \begin{bmatrix} 1/n & 0 \\ 0 & n \end{bmatrix}$

Ara haurem de multiplicar les matrius de 3 biports:

$$\begin{bmatrix} 1 & 1/C_a s \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1/n & 0 \\ 0 & n \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ C_b s & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/n & n/C_a s \\ 0 & n \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ C_b s & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{n} + n\frac{C_b}{C_a} & n/C_a s \\ nC_b s & n \end{bmatrix}$$

Ara trobarem condicions per tal que les dues matrius siguin iguals. Ho farem terme a terme:

Terme (2,2): $n = 1 + \frac{C_1}{C_2} = \frac{C_1+C_2}{C_2} \rightarrow \boxed{n = \frac{C_1+C_2}{C_2}}$

Terme (1,2): $\frac{1}{C_2 \cancel{s}} = \frac{n}{C_a \cancel{s}} \rightarrow C_a = n \cdot C_2 = \frac{C_1+C_2}{C_2} \cdot C_2 = C_1 + C_2 \rightarrow \boxed{C_a = C_1 + C_2}$

amb la n trobada abans

Terme (2,1) : $C_1\cancel{s} = nC_b\cancel{s} \rightarrow C_b = \frac{C_1}{n} = C_1 \cdot \frac{C_2}{C_1+C_2} = \frac{C_1C_2}{C_1+C_2} \rightarrow \boxed{C_b = \frac{C_1C_2}{C_1+C_2}}$

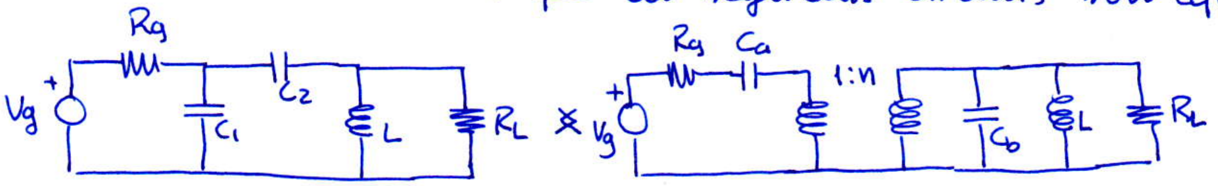
posant el valor de n anterior

Terme (1,1) : $1 = \frac{1}{n} + n\frac{C_b}{C_a} = \frac{C_2}{C_1+C_2} + \frac{\cancel{C_1+C_2}}{\cancel{C_2}} \cdot \frac{C_1\cancel{C_2}}{\cancel{C_1+C_2}} \cdot \frac{1}{C_1+C_2} =$

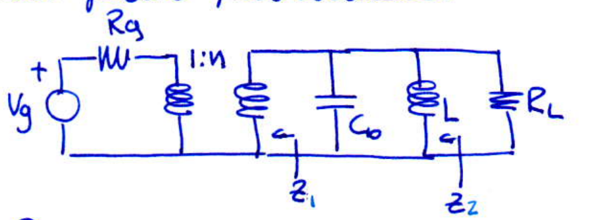
$= \frac{C_2}{C_1+C_2} + \frac{C_1}{C_1+C_2} = \frac{C_1+C_2}{C_1+C_2} = 1$

comprovem, doncs, que posant els valors trobats abans, la igualtat es compleix.

De moment hem vist que els següents circuits són equivalents:



Sabem que una de les funcions del transformador és adaptar impedàncies. Perquè aquest circuit funcionés així, ens interessarà que Ca sigui gran (així la seva impedància podrà ser petita respecte la Rg) i que les impedàncies de Cb i L es cancel·lin.
De moment, suposem que podrem despreciar Ca i ja no el posem. Analitzem el circuit amb aquesta simplificació. Mirarem si podem adaptar impedàncies i a més es comporta com un filtre pas banda.



Si volem que adapti impedàncies, haurem de buscar una n adequada per tal que $z = R_L$. Com que voldríem que C_b i L es cancel·lin, $z_1 = z_2$.

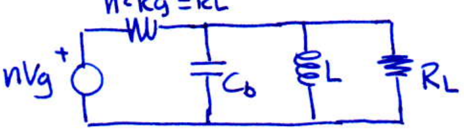
Busquem z_1 i imposem que sigui R_L. Sabent com funciona el transformador podem dir:

$$\left.\begin{array}{l} V_1 = \frac{V_2}{n} \\ i_1 = -n i_2 \end{array}\right\} \quad z_1 = \frac{V_2}{i_2} = \frac{nV_1}{-i_1/n} = n^2 \cdot \frac{V_1}{-i_1} = n^2 R_g \quad \Rightarrow R_L = n^2 R_g \Rightarrow n = \sqrt{\frac{R_L}{R_g}}$$

Sabent ara això, podem buscar la tensió de Thevenin i substituir la font i el transformador pel seu equivalent. Busquem V_2 en c.o:

$i_2 = 0 \Rightarrow i_1 = 0 \Rightarrow V_1 = V_g \Rightarrow V_{2co} = V_{th} = nV_g$

Amb tot això, l'equivalent d'aquest circuit serà:



Busquem ara la seva funció de xarxa.

$$\frac{V_o - nV_g}{R_L} + V_o \cdot C_b s + \frac{V_o}{Ls} + \frac{V_o}{R_L} = 0$$

$$V_o\left(Ls + R_L \cdot L \cdot C_b \cdot s^2 + R_L + Ls\right) = nV_g\, Ls$$

$$V_o\left(R_L \cdot L \cdot C_b s^2 + 2Ls + R_L\right) = Ls \cdot nV_g$$

$$H(s) = \frac{nLs}{R_L L C_b s^2 + 2Ls + R_L} = \frac{\frac{n\cancel{L}}{R_L \cancel{L} C_b} s}{s^2 + \frac{2\cancel{L}}{R_L \cancel{L} C_b} s + \frac{\cancel{R_L}}{\cancel{R_L} L C_b}} = \frac{n}{2}\,\frac{\frac{2}{R_L C_b} s}{s^2 + \frac{2}{R_L C_b} s + \frac{1}{L C_b}}$$

Veiem doncs que aquesta expressió correspon a un filtre pas banda on:

$$H_o = \frac{n}{2} \quad , \quad 2\xi\omega_o = \frac{2}{R_L C_b} \quad i \quad \omega_o^2 = \frac{1}{L C_b}$$

Si suposem que nosaltres volem treballar a una freqüència de 1 MHz i volem que el filtre tingui un ample de banda de 100 KHz, podrem trobar els valors dels components per fer el disseny. Suposem $R_g = 50\Omega$ i $R_L = 450\Omega$.

$$BW = 2\cdot\pi\cdot 10^5 = 2\xi\omega_o = \frac{2}{R_L C_b}$$

com que la càrrega ens vindrà donada, podrem trobar C_b:

$$C_b = \frac{2}{2\cdot\pi\cdot 10^5 \cdot R_L} = \frac{1}{\pi\cdot 10^5 \cdot R_L} = 7'07\cdot 10^{-9} \approx 7\,nF$$

Amb aquest valor podem trobar L:

$$\omega_o^2 = \frac{1}{L\cdot C_b} \Rightarrow L = \frac{1}{\omega_o^2 C_b} = \frac{1}{(2\pi\cdot 10^6)^2 \cdot 7\cdot 10^{-9}} = 3'58\cdot 10^{-6} \approx 3'6\,\mu H$$

Podem buscar també quan hauria de valer la n:

$$n = \sqrt{\frac{R_L}{R_g}} = \sqrt{\frac{450}{50}} = \sqrt{9} = 3$$

Podem comprovar també si es cancel·len les impedàncies de L i C_b: Interessa que la suma de les seves admitàncies a la freqüència de treball, sigui 0.

$$L \rightarrow Y_L = \frac{1}{j\omega_o L} = -j\frac{1}{\omega_o L} \quad ; \quad C_b \rightarrow Y_C = j\omega_o C_b$$

$$j\omega_o C_b - j\frac{1}{\omega_o L} = 0 \rightarrow \omega_o C_b = \frac{1}{\omega_o L} \rightarrow \omega_o^2 = \frac{1}{L C_b}$$

Veiem que sí es cancel·laran, ja que hem fet el disseny perquè es complexi aquesta expressió.

Hauríem de buscar també una relació entre Ca i Cb per poder trobar quan val Ca i comprovar que realment es podia despreciar. Agafem algunes de les expressions trobades abans:

$C_a = C_1 + C_2$, $C_b = \frac{C_1}{n} \Rightarrow C_1 = nC_b$, $C_a = nC_2 \Rightarrow C_2 = \frac{C_a}{n}$

$C_a = C_1 + C_2 = nC_b + \frac{C_a}{n} \rightarrow nC_a = n^2 C_b + C_a \rightarrow C_a(n-1) = n^2 C_b$

$$C_a = \frac{n^2}{(n-1)} C_b$$

Posant valors a n i C_b podem trobar C_a:

$$C_a = \frac{3^2}{(3-1)} \cdot 7nF = 4'5 \cdot 7nF = 31'5nF$$

Ara podem comparar la seva impedància a la freqüència de treball amb R_g:

$$Z_{Ca} = \frac{1}{jW_0 C_a} = -j \frac{1}{2\pi \cdot 10^6 \cdot 31'5 \cdot 10^{-9}} = 5$$

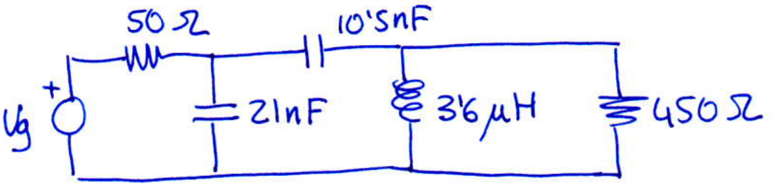
Si $R_g = 50 >> 5 = Z_{Ca}$.

Ara faltarà trobar els valors de C_1 i C_2 per poder utilitzar el circuit equivalent en lloc del que té un transformador.

$C_1 = n \cdot C_b = 3 \cdot 7nF = 21\,nF$

$C_a = C_1 + C_2 \rightarrow C_2 = C_a - C_1 = 31'5nF - 21nF = 10'5nF$

Així, el circuit que adaptaria impedàncies i també seria un filtre pas banda seria:



Això ens és útil, ja que normalment, quan posem una xarxa d'adaptació, no sabem la funció que fa aquesta part de circuit (a part d'adaptar impedàncies). Amb aquest circuit, almenys sabem que fa de filtre pas banda.